

CHAPITRE N°05 :

LES POUTRES METALLIQUES

- Enseignant : Cédric LOINTHIER – Promotion 2015
- Contact : cedric.lointhier@ingemetal.fr

- ❑ Objectifs d'apprentissage
- ❑ Dimensionnement - Critère de déformation
- ❑ Dimensionnement - Critère de résistance
- ❑ Définition du déversement
- ❑ Maintiens intermédiaires
- ❑ Principe de dimensionnement
- ❑ Conception des P.R.S

Être capable de :

- ☐ Dimensionner une poutre en flexion simple aux états limites de service à l'Eurocode 3 (Critère de déformation)
- ☐ Dimensionner une poutre en flexion simple aux états limites ultimes à l'Eurocode 3 **sans** prise en compte du déversement
- ☐ Dimensionner une poutre en flexion simple aux états limites ultimes à l'Eurocode 3 **avec** prise en compte du déversement

□ Condition de déformation :

- La flèche maximale ne doit pas dépasser une limite admissible fixée à l'avance (par le cahier des charges du client, la norme, etc.)

$$y_{max} \leq y_{adm}$$

- Flèche maximale par calcul ou formulaire (exemples) :

2 appuis – Charge uniforme

$$y_{max} = \frac{5 q L^4}{384 E I_y}$$

2 appuis – Charge ponctuelle

$$y_{max} = \frac{Q L^3}{48 E I_y}$$

Console – Charge ponctuelle

$$y_{max} = \frac{Q L^3}{3 E I_y}$$

- En général, la flèche admissible est donnée relativement à la portée de la poutre : *(cas courant mais peut être plus sévère)*

$$y_{adm} = \frac{L}{200}$$

❑ Flèches admissibles recommandées par l'Annexe nationale de l'Eurocode 3 partie 1-1 (NF EN 1993-1-1/NA) :

Conditions	Limites (voir Figure1)	
	$w_{\max}$	w_3
Toitures en général ^{a)}	$L/200$	$L/250$
Toitures supportant fréquemment du personnel autre que le personnel d'entretien	$L/200$	$L/300$
Planchers en général ^{b)}	$L/200$	$L/300$
Planchers et toitures supportant des cloisons en plâtre ou en autres matériaux fragiles ou rigides ou des revêtements fragiles	$L/250$	$L/350$
Planchers supportant des poteaux (à moins que la flèche ait été incluse dans l'analyse globale de l'état limite ultime) ^{c)}	$L/400$	$L/500$
Cas où $w_{\max}$ peut nuire à l'aspect du bâtiment	$L/250$	
Notes : a) On entend par toitures en général, les toitures non accessibles aux usagers. Ces toitures supportent, uniquement, le passage des personnes chargées de l'entretien. Pour les toitures à faible pente, il convient de considérer également l'alinéa ci-après relatif à l'accumulation d'eau de pluie. b) Les conditions d'utilisation de certaines machines peuvent nécessiter des flèches admissibles plus faibles que celles fixées par les règles générales ; ces limites sont alors à préciser dans les spécifications du marché. c) Cette limitation n'est à considérer que si la flèche de ces planchers a une influence sur le comportement de la structure supportée par ces poteaux. Dans le cas contraire, on se reportera aux limitations des deux cas précédents.		

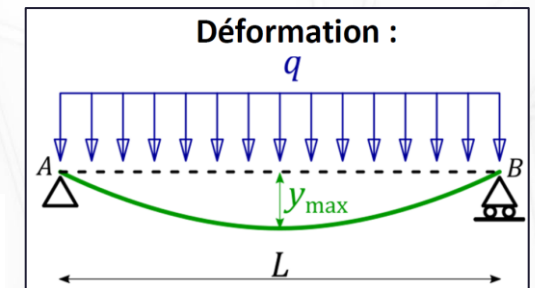
$w_{\max}$: flèche admissible à l'ELS (G+Q)

w_3 : flèche admissible sous charge variable Q seule

□ Condition de déformation :

- Poutre simplement appuyée & charge uniforme :

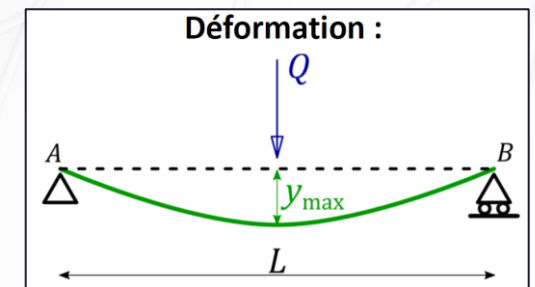
$$y_{max} = \frac{5 q L^4}{384 E I_y} \Rightarrow I_y \geq \frac{5 q L^4}{384 E} \times \frac{1}{y_{adm}}$$



$$y_{adm} = \frac{L}{X} \Rightarrow I_y \left[\text{cm}^4 \right] \geq 1,24 \times \left(\frac{X}{200} \right) \times (q \text{ [kN/m]}) \times (L \text{ [m]})^3$$

- Poutre simplement appuyée & charge ponctuelle

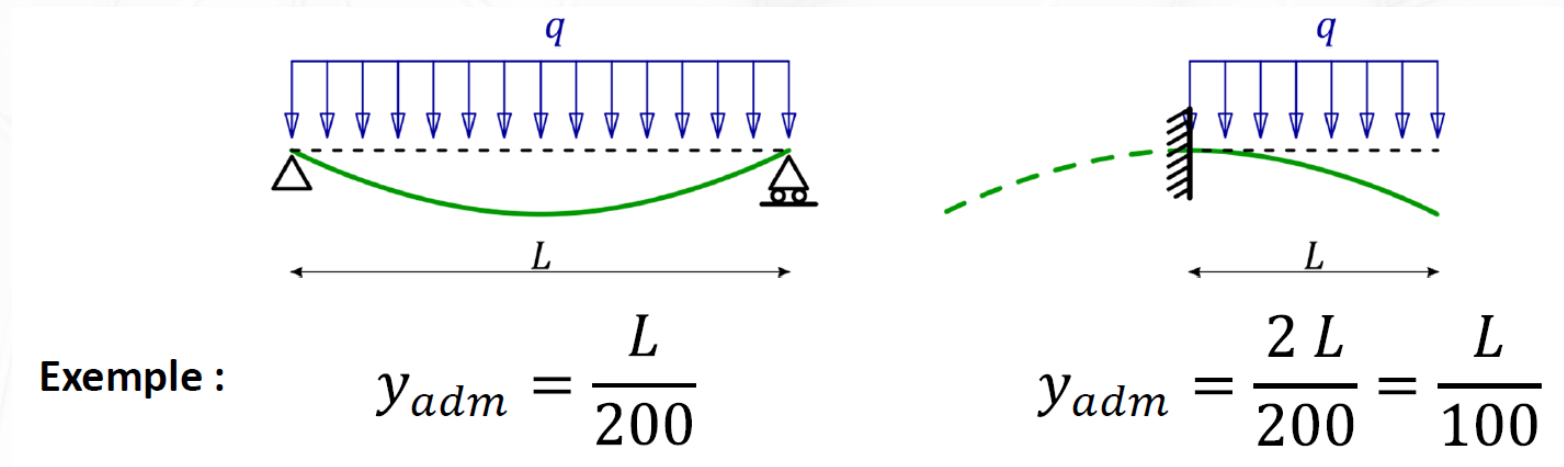
$$y_{max} = \frac{Q L^3}{48 E I_y} \Rightarrow I_y \geq \frac{Q L^3}{48 E} \times \frac{1}{y_{adm}}$$



$$y_{adm} = \frac{L}{X} \Rightarrow I_y \left[\text{cm}^4 \right] \geq 1,98 \times \left(\frac{X}{200} \right) \times (Q \text{ [kN]}) \times (L \text{ [m]})^2$$

□ Condition de déformation :

- Il est d'usage d'adapter le critère de flèche pour les poutres en console :

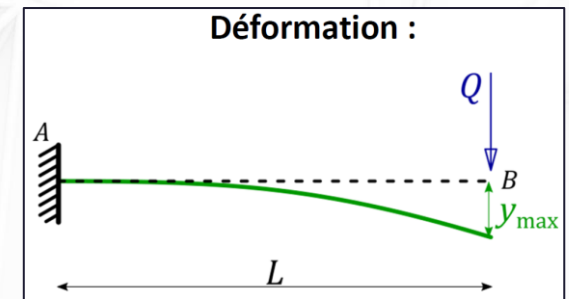


- La longueur considérée pour définir la flèche maximale correspond au double du porte-à-faux

□ Condition de déformation :

- Poutre en console & charge uniforme :

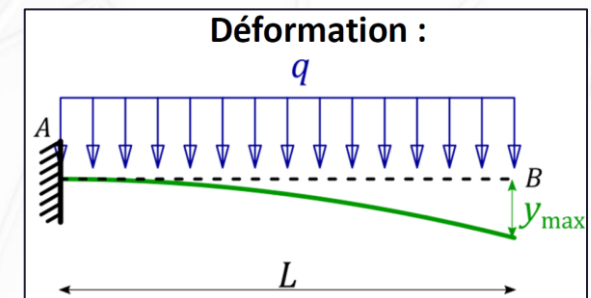
$$y_{max} = \frac{q L^4}{8 E I_y} \quad \Rightarrow \quad I_y \geq \frac{q L^4}{8 E} \times \frac{1}{y_{adm}}$$



$$y_{adm} = \frac{L}{X} \quad \Rightarrow \quad I_y [\text{cm}^4] \geq 5,95 \times \left(\frac{X}{100} \right) \times (q [\text{kN/m}]) \times (L [\text{m}])^3$$

- Poutre en console & charge ponctuelle :

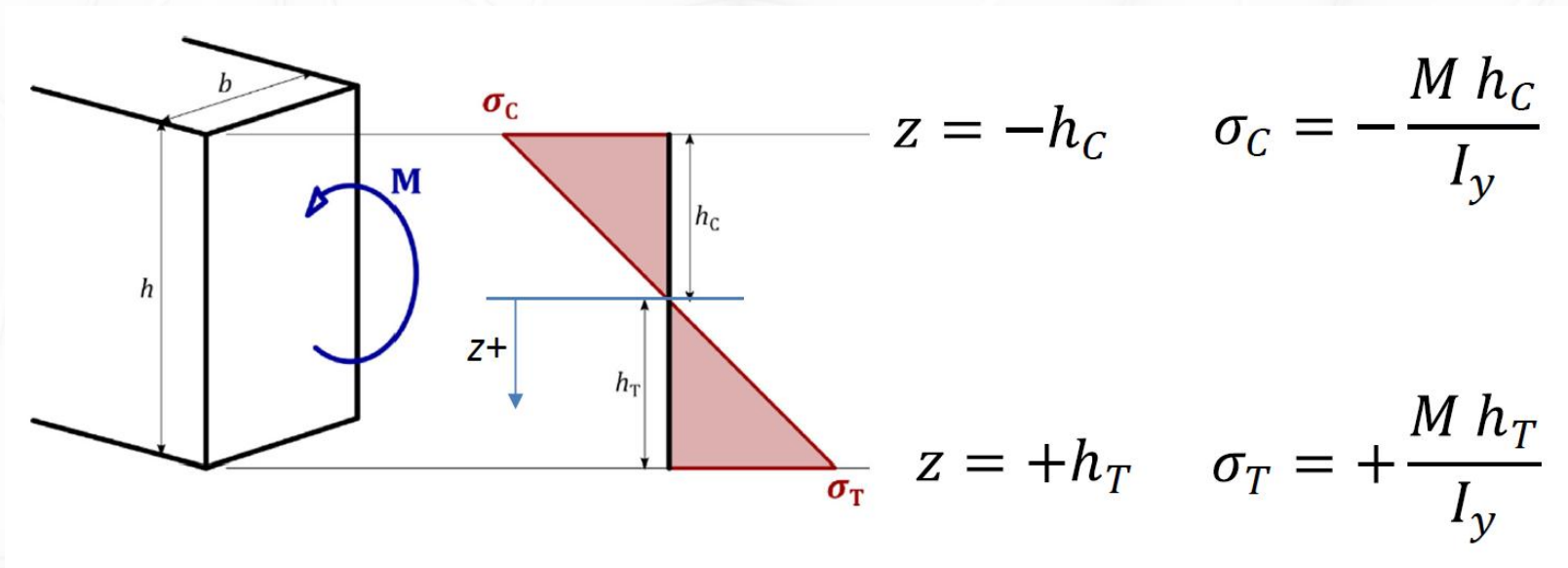
$$y_{max} = \frac{Q L^3}{3 E I_y} \quad \Rightarrow \quad I_y \geq \frac{Q L^3}{3 E} \times \frac{1}{y_{adm}}$$



$$y_{adm} = \frac{L}{X} \quad \Rightarrow \quad I_y [\text{cm}^4] \geq 15,9 \times \left(\frac{X}{100} \right) \times (Q [\text{kN}]) \times (L [\text{m}])^2$$

□ Contrainte maximale de flexion :

- La contrainte maximale est atteinte sur la fibre la plus éloignée de l'axe neutre :

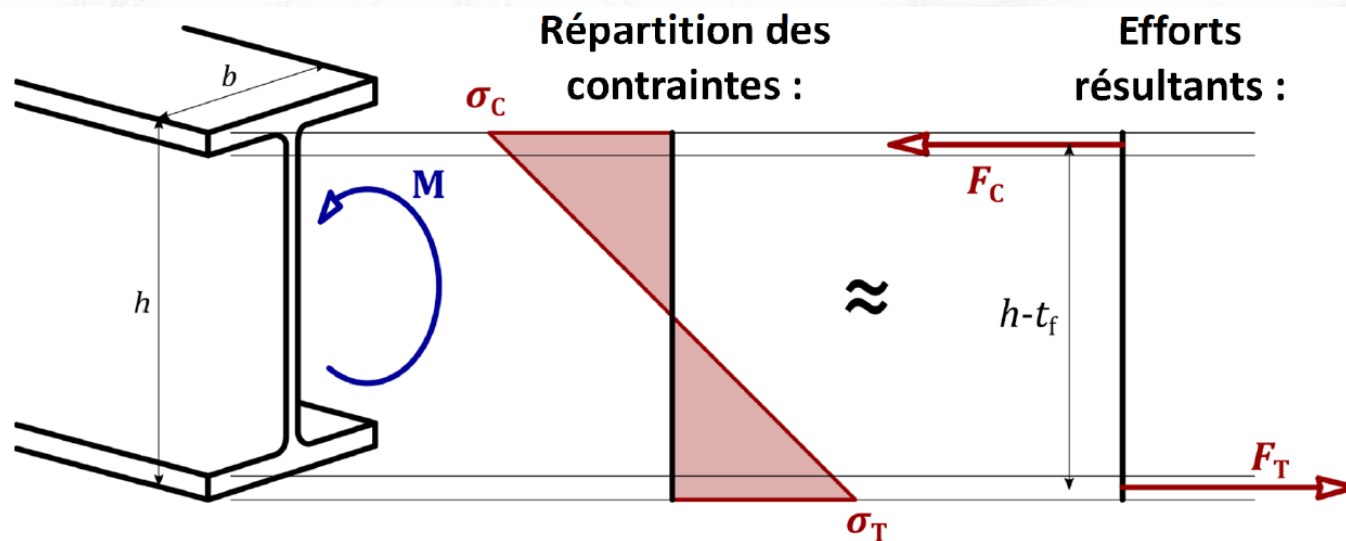


- En flexion simple et section rectangulaire :

$$h_T = h_C = \frac{h}{2} \quad \Rightarrow \quad \sigma_f = \frac{M h}{2 I_y} = \frac{M}{b h^2 / 6}$$

□ Contrainte dans une section en I :

- La flexion (autour de la grande inertie) est principalement reprise par les semelles dans une section en I / H :



σ_C : contrainte maximale de compression
 σ_T : contrainte maximale de traction
 F_C : Effort de compression dans la semelle sup.
 F_T : Effort de traction dans la semelle inf.

- En flexion simple : $F_T = -F_C$

$$M \approx F_T \times (h - t_f) \quad \Leftrightarrow \quad F_T \approx \frac{M}{h - t_f} \approx \frac{M}{h}$$

- Contrainte de flexion :

$$\sigma_f \approx \frac{F_T}{b t_f} = \frac{M/h}{b t_f}$$

□ Condition de résistance :

- La contrainte de flexion ne doit pas dépasser la limite d'élasticité f_y :

$$\sigma = \frac{M}{W_y} \quad \text{et} \quad \sigma \leq f_y \quad \Rightarrow \quad W_y \geq \frac{M}{f_y}$$

Module de flexion minimal en cm^3

Moment à reprendre en kiloNewton x mètre

$$W_y [\text{cm}^3] \geq \frac{M [\text{kN.m}]}{f_y [\text{MPa}]} \times 1000$$

Limite d'élasticité en MPa

Correction des unités

- ❑ Selon l'EN 1993-1-1 §6.2.5, la valeur de calcul du moment de flexion M_{ed} dans chaque section transversale doit satisfaire la condition suivante :

$$\frac{M_{ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1,0$$

- ❑ Il convient de déterminer la valeur de calcul $M_{c,Rd}$ la résistance de la section soumise à un moment de flexion simple :

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{Pour les sections transversales de classe 1 et 2}$$

$$M_{c,Rd} = M_{el,Rd} = \frac{W_{el} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{Pour les sections transversales de classe 3}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{eff} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{Pour les sections transversales de classe 4}$$

- ❑ Selon l'EN 1993-1-1 §6.3.2.1, il convient de vérifier une barre non maintenue latéralement et soumise à une flexion vis-à-vis du déversement de la façon suivante :

$$\frac{M_{ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1,0$$

Où $M_{b,Rd}$ est le moment résistant de calcul au déversement

- ❑ Il convient de prendre le moment résistant de calcul d'une barre au déversement égale à :

$$M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT} \cdot W_y \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

$W_y = W_{pl,y}$ Pour les sections transversales de classe 1 et 2

$W_y = W_{el,y}$ Pour les sections transversales de classe 3

$W_y = W_{eff,y}$ Pour les sections transversales de classe 4

χ_{LT} est le coefficient de réduction pour le déversement

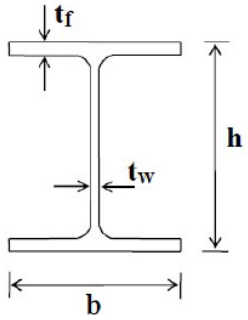
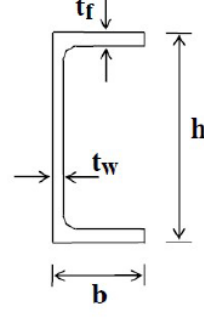
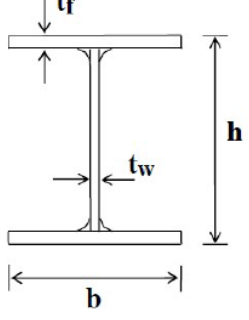
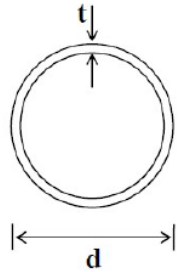
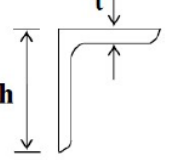
- ❑ Selon l'EN 1993-1-1 §6.2.6, la valeur de calcul de l'effort tranchant V_{ed} dans chaque section transversale doit satisfaire la condition suivante :

$$\frac{V_{ed}}{V_{c,Rd}} \leq 1,0$$

- ❑ En l'absence de torsion, il convient de déterminer la valeur de calcul $V_{c,Rd}$ la résistance plastique de la section soumise au cisaillement :

$$V_{c,Rd} = V_{pl,Rd} = \frac{A_v \cdot \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}}\right)}{\gamma_{M0}}$$

- ❑ Résistance au cisaillement – Formules de calcul de l'aire de cisaillement A_v pour sections de profilés courants :

 Profilé laminé en I V_{Ed} Parallèle à l'âme $A_v = A - 2bt_f + (t_w + 2r)t_f$ V_{Ed} Parallèle aux semelles $A_v = 2bt_f + (t_w + r)t_w$	 Profilé laminé en U V_{Ed} parallèle à l'âme $A_v = A - 2bt_f + (t_w + r)t_f$	 Profilé reconstitué en I V_{Ed} parallèle à l'âme $A_v = (h - 2t_f)t_w$ V_{Ed} parallèle aux semelles $A_v = A - (h - 2t_f)t_w$	 Tube creux $A_v = \frac{2A}{\pi}$	 Cornière V_{Ed} parallèle à h $A_v = ht$
---	---	---	---	--

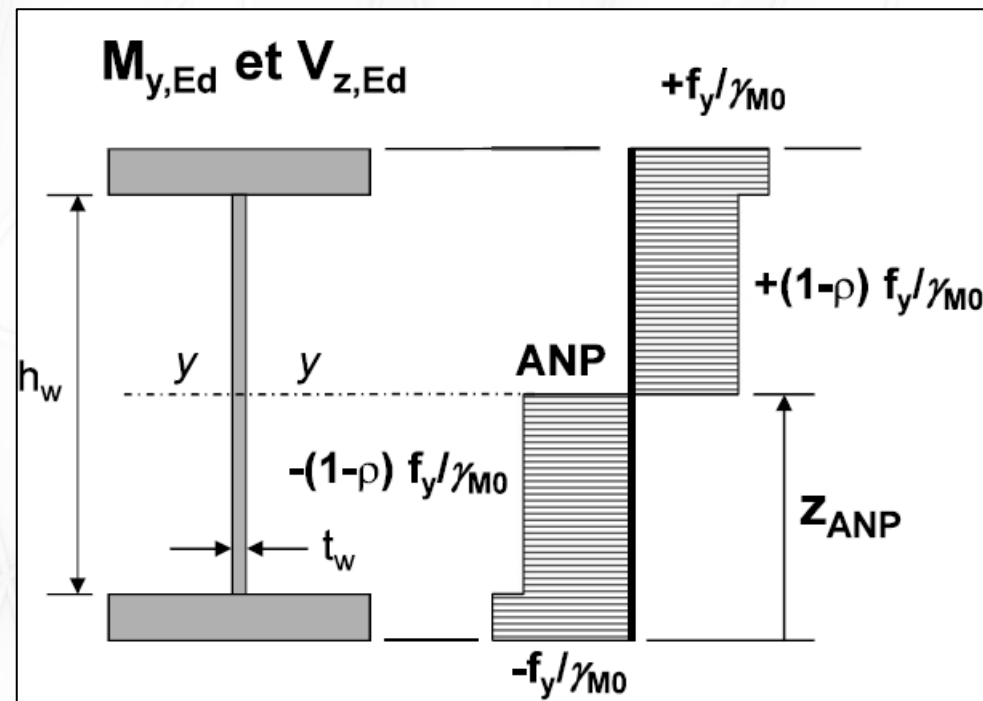
Nota : Pour les profilés laminés, A_v est une donnée présente dans les catalogues de profilés

❑ Influence de l'effort tranchant sur la résistance en flexion :

Selon l'EN 1993-1-1 § 6.2.8 (2) ➔ Négligeable si $V_{ed} \leq \frac{V_{pl,Rd}}{2}$

❑ Sinon, résistance plastique avec limite d'élasticité réduite pour l'aire de cisaillement :

$$(1-\rho)f_y \text{ avec } \rho = \left(\frac{2 V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$$

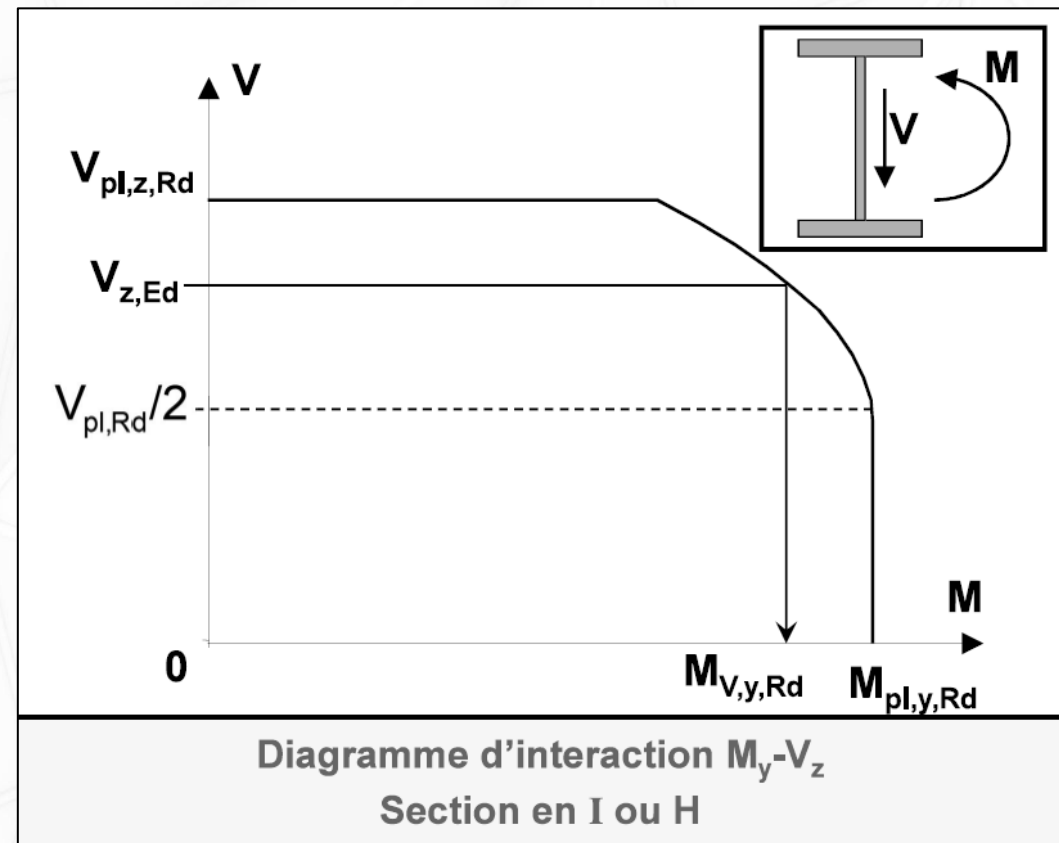


Cas d'une section en I ou H (semelles égales)

- ❑ Pour les sections transversales en I à semelles égales et fléchies selon l'axe fort, le **moment résistant plastique réduit** de calcul prenant en compte l'effort tranchant peut être calculé de la façon suivante :

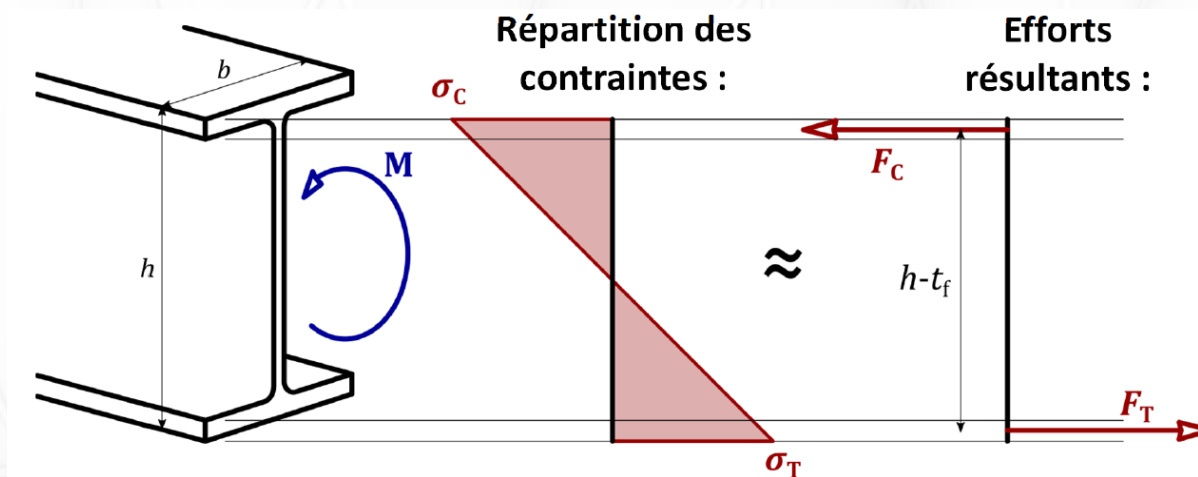
$$M_{y,V,Rd} = \frac{[W_{pl,y} - \frac{\rho \cdot A_w^2}{4 \cdot t_w}] \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$\text{mais } M_{y,V,Rd} \leq M_{y,c,Rd}$$



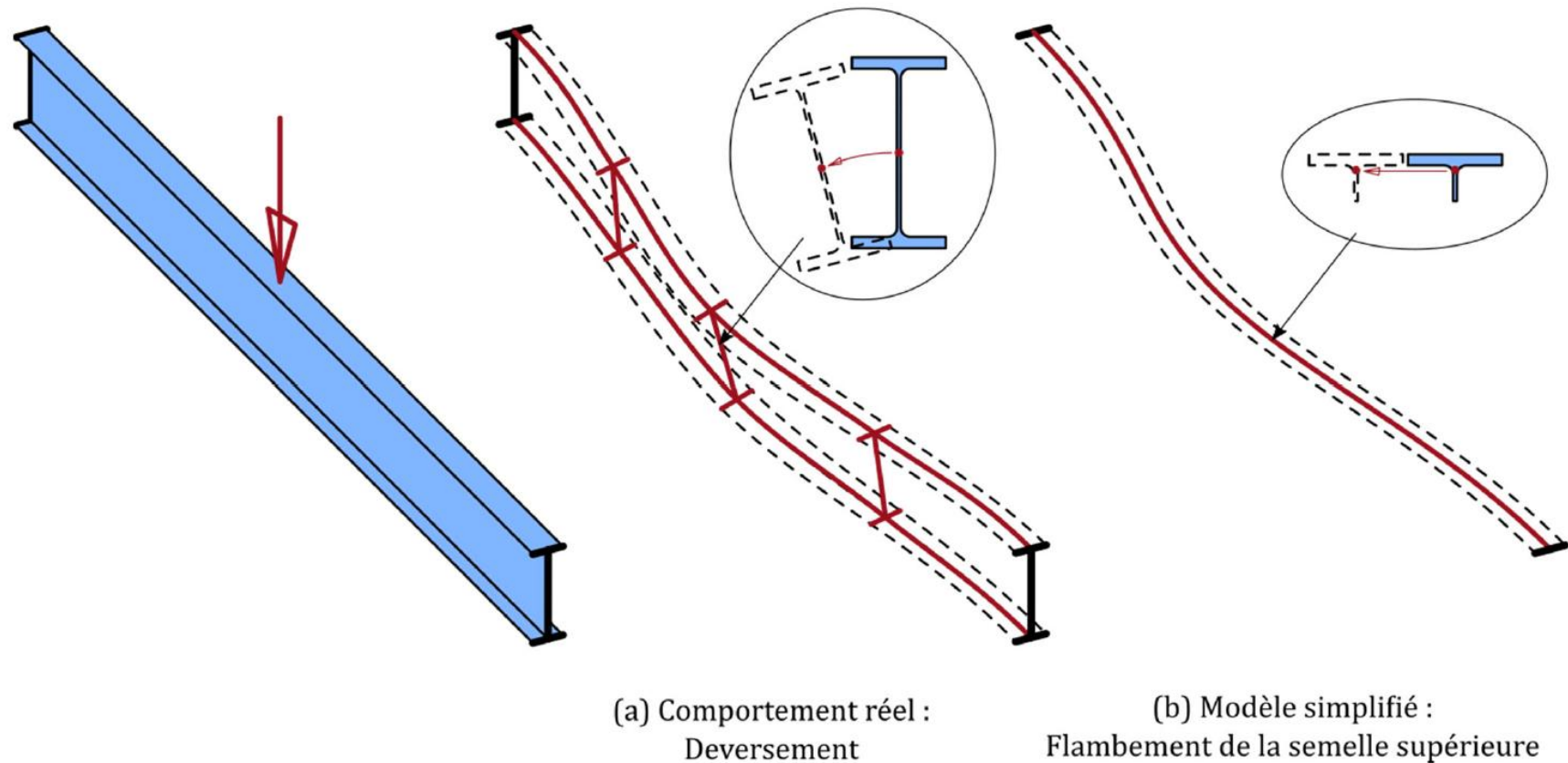
DEVERSEMENT - DEFINITION

- ❑ Le déversement est une **instabilité**
- ❑ La semelle comprimée se « dérobe » (elle flambe) latéralement
En effet, une des semelles se retrouve comprimée par la flexion



Comme pour le flambement, cette compression induite par la flexion peut provoquer une instabilité. On parle alors de déversement

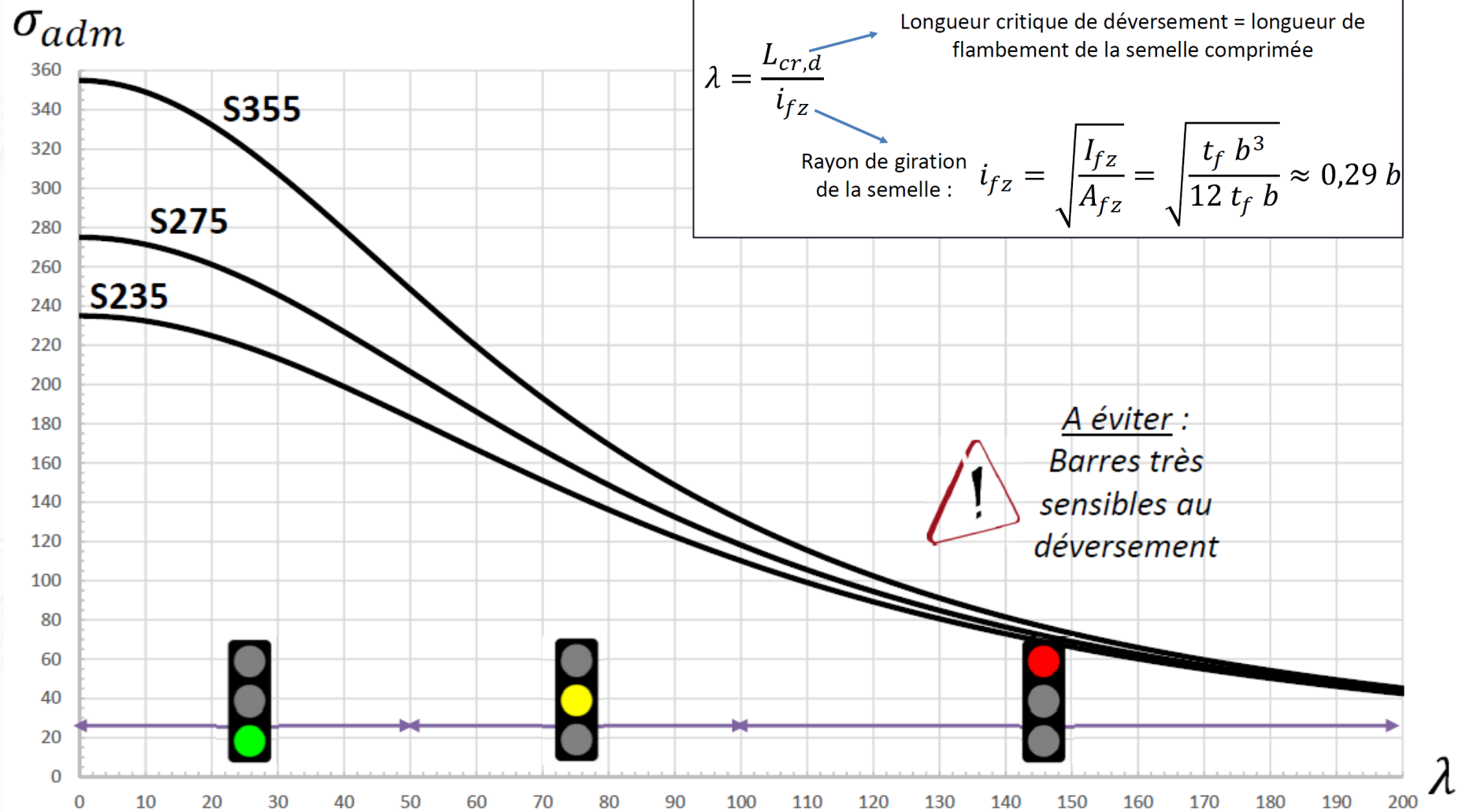
❑ Déversement = flambement latéral de la semelle comprimée



DEVERSEMENT - ELANCEMENT DE LA SEMELLE COMPRIMEE

❑ Contrainte admissible / élancement géométrique :

(Approche par flambement de la semelle comprimée)



DEVERSEMENT – ELANCEMENT DE LA SEMELLE COMPRIMEE

❑ Contrainte admissible et ratio dimensionnels :

La contrainte de flexion ne doit pas dépasser une contrainte admissible σ_{adm} qui dépend de l'élancement de la barre / semelle comprimée :

Lcr,d / b	Elancement géométrique λ	σ_{adm} en S235	σ_{adm} en S275	σ_{adm} en S355
3	10	230	270	340
6	20	220	260	330
9	30	210	240	300
12	40	190	220	270
14	50	180	200	240
17	60	160	180	210
20	70	150	160	190
23	80	130	140	160
26	90	120	130	140
29	100	110	110	130

□ Elancement géométrique selon l'Eurocode 3 :

Elancement réduit pour le déversement :

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

Avec M_{cr} : Moment critique de déversement élastique

Valeur recommandée :

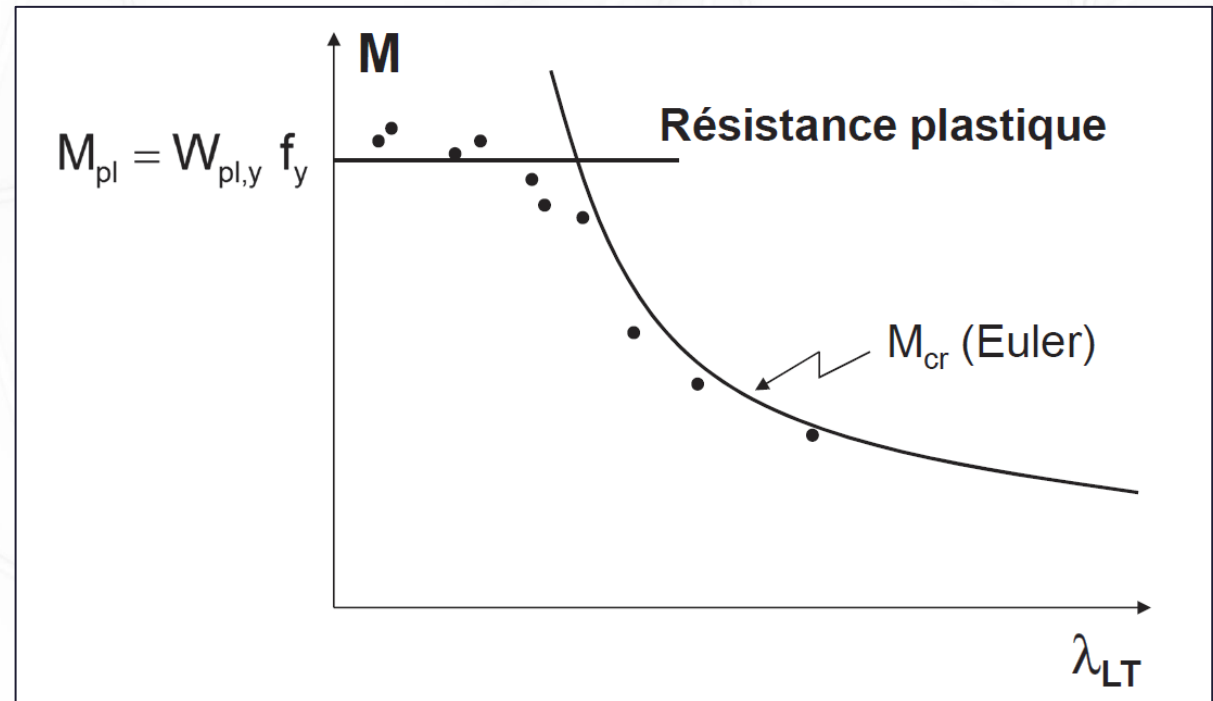
$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4$$

Annexe Nationale - Laminés :

$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,2 + 0,1 \cdot b/h$$

Annexe Nationale - PRS :

$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,3 \cdot b/h$$



$$\bar{\lambda}_{LT} \leq \bar{\lambda}_{LT,0}$$

ou

$$\frac{M_{Ed}}{M_{cr}} \leq \bar{\lambda}_{LT,0}^2$$



**Les effets du déversement
peuvent être négligés**

❑ Courbes de déversement – Cas général selon l'EN 1993-1-1 6.3.2.2

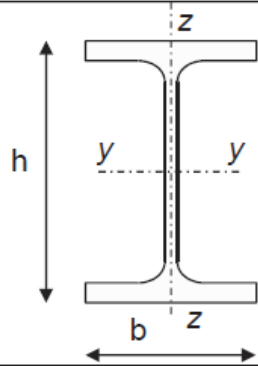
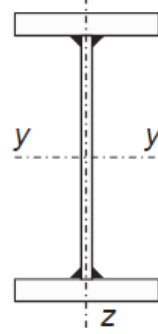
- Utilisation des courbes de déversement (voir à la page suivante)
- Coefficient de réduction vis-à-vis du déversement

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{avec} \quad \Phi_{LT} = \frac{1}{2} \left[1 + \alpha_{LT} \left(\bar{\lambda}_{LT} - 0,2 \right) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

- Avec facteur d'imperfection :

Facteur d'imperfection				
Courbe	a	b	c	d
α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

□ Courbes de déversement - Cas général selon l'EN 1993-1-1 6.3.2.2

Tableau 6.4 : Choix de la courbe de déversement CAS GENERAL			
Section transversale		Limites	Courbe
Sections en I laminées		$h / b \leq 2$	a
		$h / b > 2$	b
Sections en I soudées		$h / b \leq 2$	c
		$h / b > 2$	d
Autres			d

□ Expression du moment critique – Section doublement symétrique

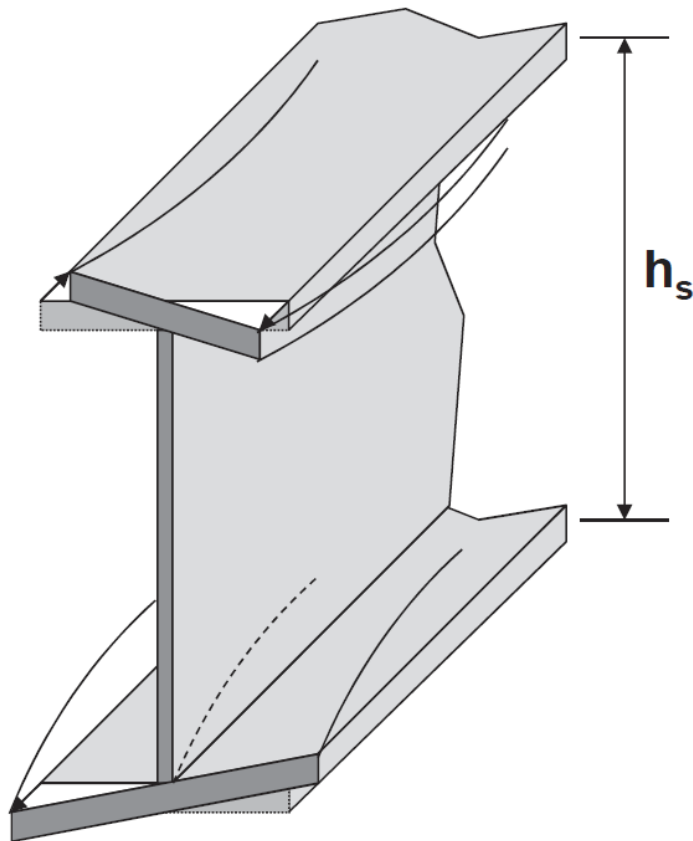
$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(k_z L)^2} \left[\sqrt{\left(\frac{k_z}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k_z L)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z}} + (C_2 z_g)^2 - C_2 z_g \right]$$

Avec :

E	Module de Young (acier : $E = 210000 \text{ N/mm}^2$)
G	Module de cisaillement (acier : $G = 80770 \text{ N/mm}^2$)
L	Longueur de la barre (ou du tronçon de barre)
I_z	Moment d'inertie de flexion /zz
I_t	Inertie de torsion
I_w	Inertie de gauchissement
k_z	Coefficient de longueur de flambement de la semelle comprimée
k_w	Coefficient pour le gauchissement

En général : $k_z = 1$ et $k_w = 1$

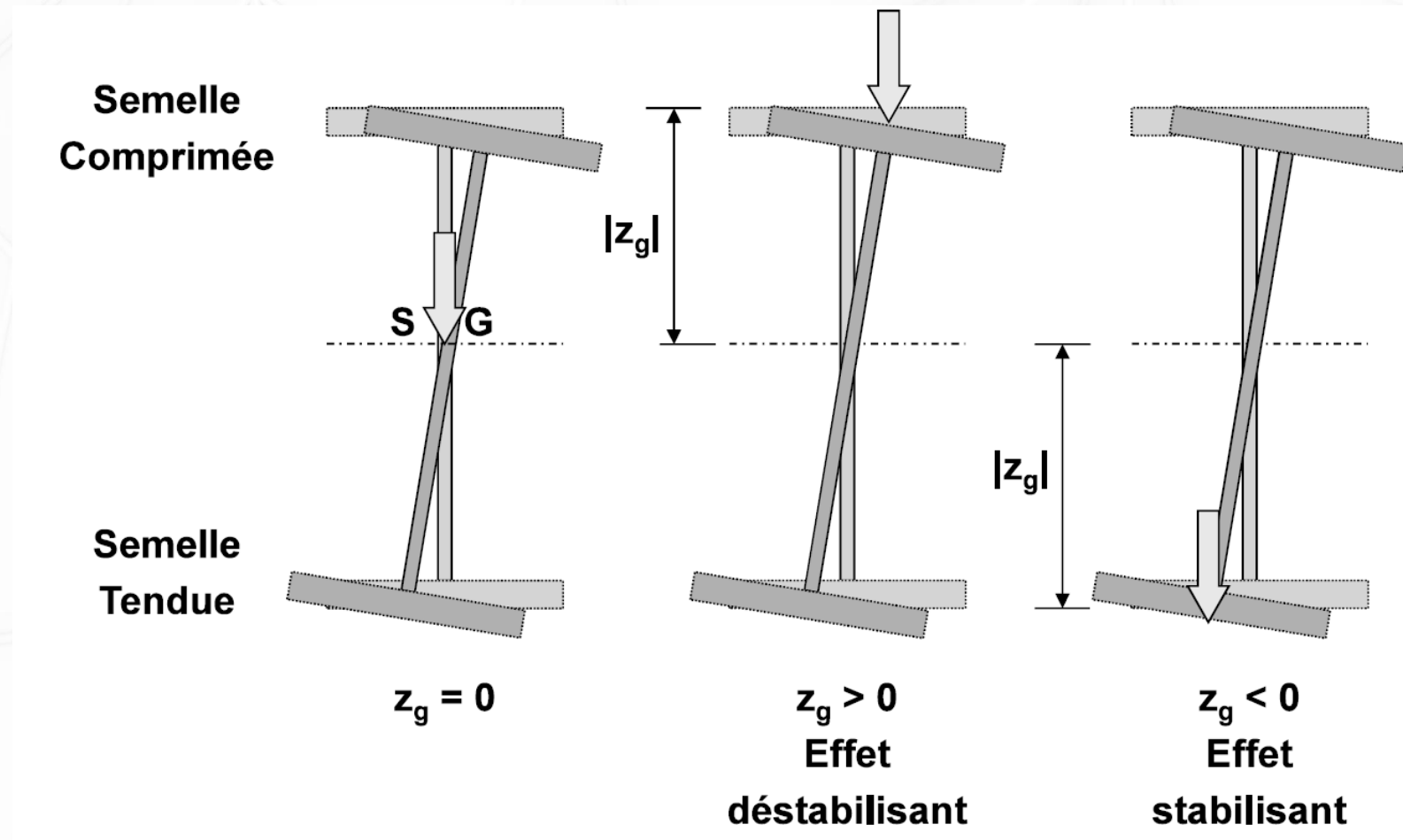
□ Inertie de gauchissement : (à retrouver dans les catalogues de profilés)



Inertie de gauchissement
(Section en I symétrique)

$$I_w = \frac{I_z h_s^2}{4}$$

□ Influence de la position de la charge



DEVERSEMENT – MOMENT CRITIQUE DE DEVERSEMENT

□ Coefficients C_1 et C_2

Coefficients C_1 et C_2 (extrait de l'Annexe Nationale, Annexe M)

Chargement et conditions d'appuis	Diagramme de moment de flexion	Valeur de k	Coefficients	
			C_1	C_2
		1,0 0,5	1,132 0,972	0,459 0,304
		1,0 0,5	1,285 0,712	1,562 0,652
		1,0 0,5	1,365 1,070	0,553 0,432
		1,0 0,5	1,565 0,938	1,267 0,715
		1,0 0,5	1,046 1,010	0,430 0,410

Coefficients C_1			
ψ	$k = 1$	$k = 0,7$	$k = 0,5$
+1,00	1,000	1,000	1,000
+0,75	1,141	1,270	1,305
+0,50	1,323	1,473	1,514
+0,25	1,563	1,739	1,788
0	1,879	2,092	2,150
-0,25	2,281	2,538	2,609
-0,50	2,704	3,009	3,093
-0,75	2,927	3,258	3,348
-1,00	2,752	3,063	3,149

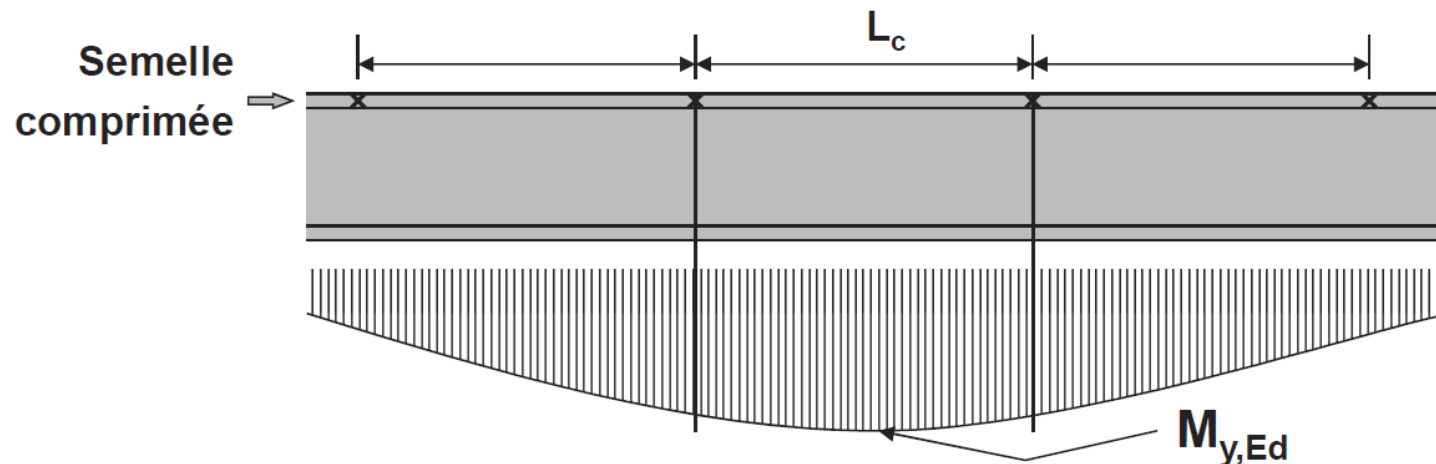
- ❑ Méthode simplifiée pour les poutres avec maintiens latéraux dans les bâtiments :

Résistance au flambement latéral de la semelle comprimée

Condition :

$$\bar{\lambda}_f = \frac{k_c L_c}{i_{f,z} \lambda_1} \leq \bar{\lambda}_{c0} \frac{M_{c,Rd}}{M_{y,Ed}}$$

EN 1993-1-1 § 6.3.2.4



Condition d'application : pas de charge entre les maintiens avec effet déstabilisant

DEVERSEMENT – MOMENT CRITIQUE DE DEVERSEMENT

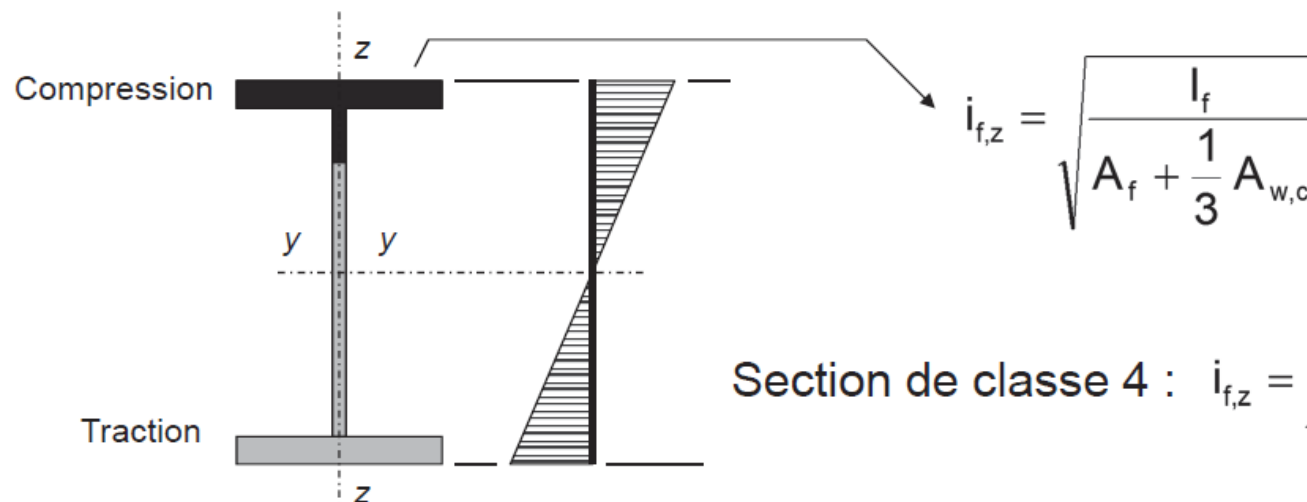
❑ Méthode simplifiée pour les poutres avec maintiens latéraux dans les bâtiments :

k_c Coefficient de correction selon **Tableau 6.6**

λ_1 Elancement de référence $\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \varepsilon$

$M_{c,Rd}$ Moment résistant de la section $M_{c,Rd} = W_y f_y / \gamma_{M1}$

$i_{f,z}$ Rayon de giration / axe faible de la section,
de la semelle comprimée + 1/3 de la partie comprimée de l'âme

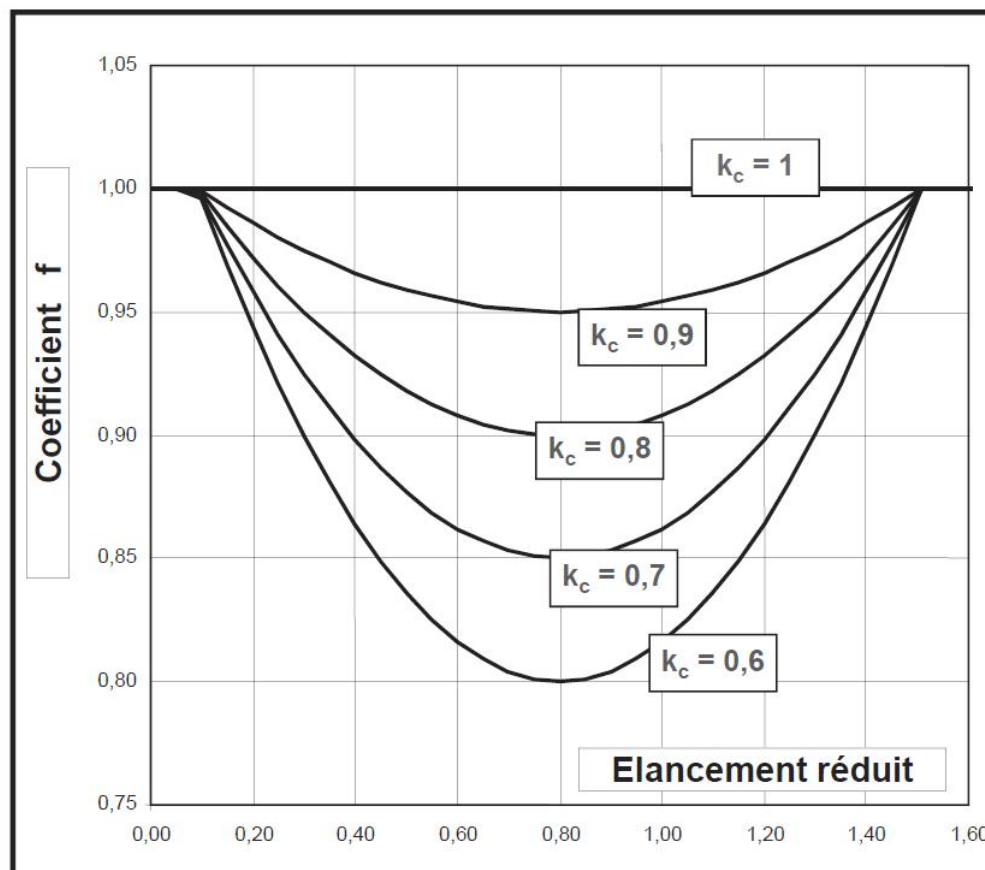


$$i_{f,z} = \sqrt{\frac{I_f}{A_f + \frac{1}{3} A_{w,c}}}$$

Section de classe 4 : $i_{f,z} = \sqrt{\frac{I_{eff,f}}{A_{eff,f} + \frac{1}{3} A_{eff,w,c}}}$

- ❑ Méthode simplifiée pour les poutres avec maintiens latéraux dans les bâtiments :

Tableau 6.6 : Coefficients k_c	
Distribution des moments	k_c
 $\psi = 1$	1,0
 $-1 \leq \psi \leq 1$	$\frac{1}{1,33 - 0,33\psi}$
	0,94
	0,90
	0,91
	0,86
	0,77
	0,82



- ❑ Méthode simplifiée pour les poutres avec maintiens latéraux dans les bâtiments :

Elancement limite : $\bar{\lambda}_{c0} = \bar{\lambda}_{LT,0} + 0,1$ (valeur recommandée)

Annexe Nationale : $\bar{\lambda}_{c0} = \bar{\lambda}_{LT,0}$

Si $\bar{\lambda}_f > \bar{\lambda}_{c0} \frac{M_{c,Rd}}{M_{y,Ed}}$ $M_{b,Rd} = k_{fl} \chi M_{c,Rd}$ mais $M_{b,Rd} \leq M_{c,Rd}$

χ : Coefficient de réduction de la semelle comprimée équivalente

- Courbe **d** pour les sections soudées avec $h / t_f \leq 44 \varepsilon$
- Courbe **c** pour toutes les autres sections

Coefficient k_{fl} : $k_{fl} = 1,1$ (valeur recommandée)

Annexe Nationale : $k_{fl} = 1 + 0,1 \bar{\lambda}_f \leq 1,20$

❑ Dispositions constructives pour éviter le déversement

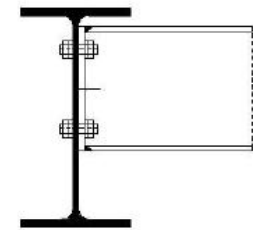
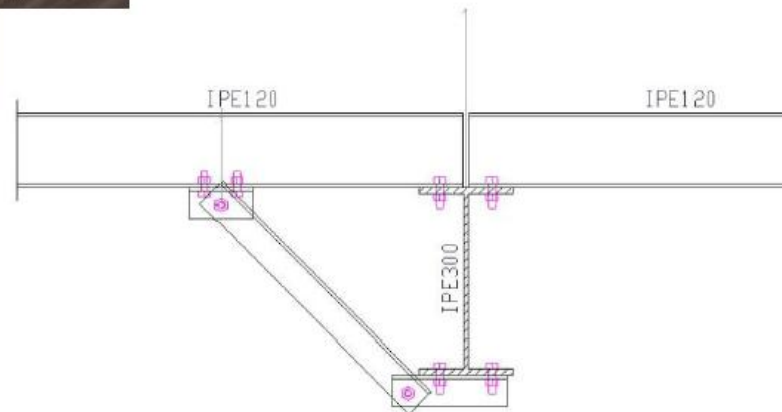


Maintien de la semelle supérieure par la panne

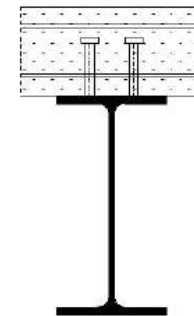
Bracon

Maintien de la semelle inférieure dans le cas de compression (moment négatif)

Poutres sous toiture : Maintiens ponctuels par pannes et bracons



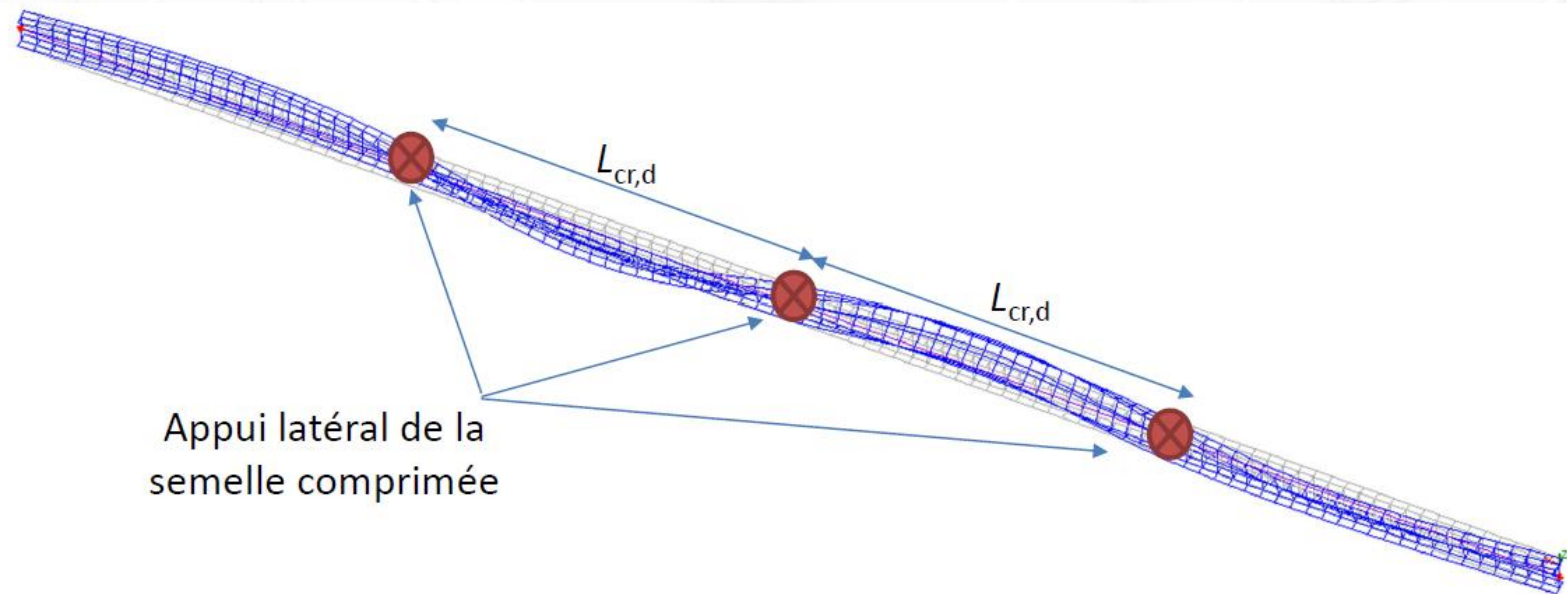
Maintiens ponctuels par Entretoises liées rigidement



Maintien continu par Connecteurs et dalle BA

□ Prise en considération des maintiens intermédiaires

- L'ajout de maintiens latéraux sur la semelle comprimée permet de réduire la longueur critique de déversement



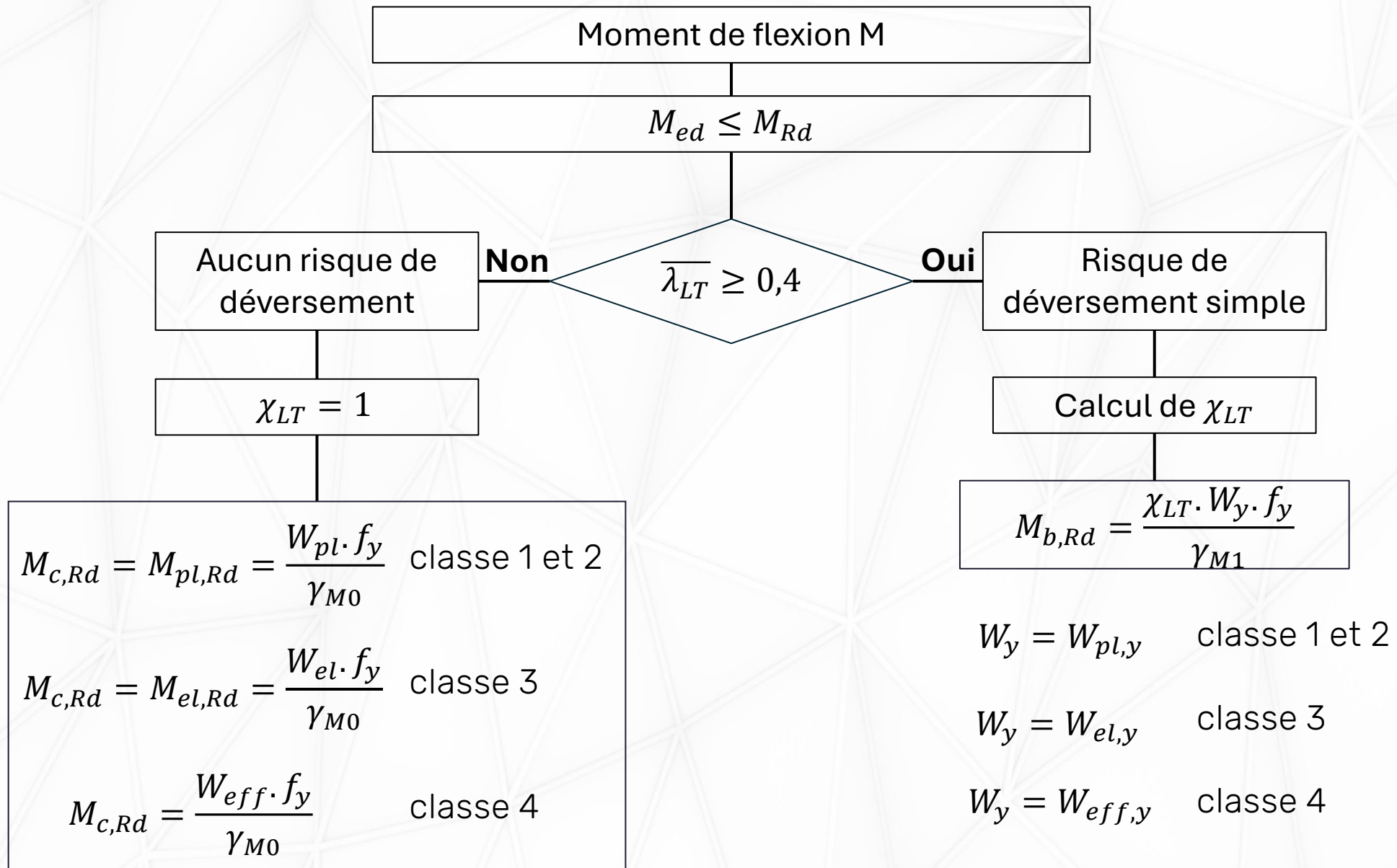
- Lorsque c'est possible, on prévoit des maintiens latéraux tous les 50 fois le rayon de giration de la semelle

$$\lambda = \frac{L_{cr,d}}{i_{fz}}$$

Longueur critique de déversement = longueur de flambement de la semelle comprimée

Rayon de giration de la semelle : $i_{fz} = \sqrt{\frac{I_{fz}}{A_{fz}}} = \sqrt{\frac{t_f b^3}{12 t_f b}} \approx 0,29 b$

PRINCIPE DE DIMENSIONNEMENT - LOGIGRAMME



□ Avantages :

- Possibilité de franchir de grandes portées
- Optimisation :
 - Poids + faible que les profilés du commerce pour la même inertie
 - Possibilité de faire varier les caractéristiques le long de la barre pour s'adapter aux sollicitations (hauteur variable, changement d'épaisseur, etc.

□ Inconvénients :

- Opérations de soudage supplémentaires
- Plus de paramètres à fixer au moment de l'étude

Le dimensionnement d'un P.R.S. dépend de contraintes multiples
→ Il n'y a pas de recette universelle.

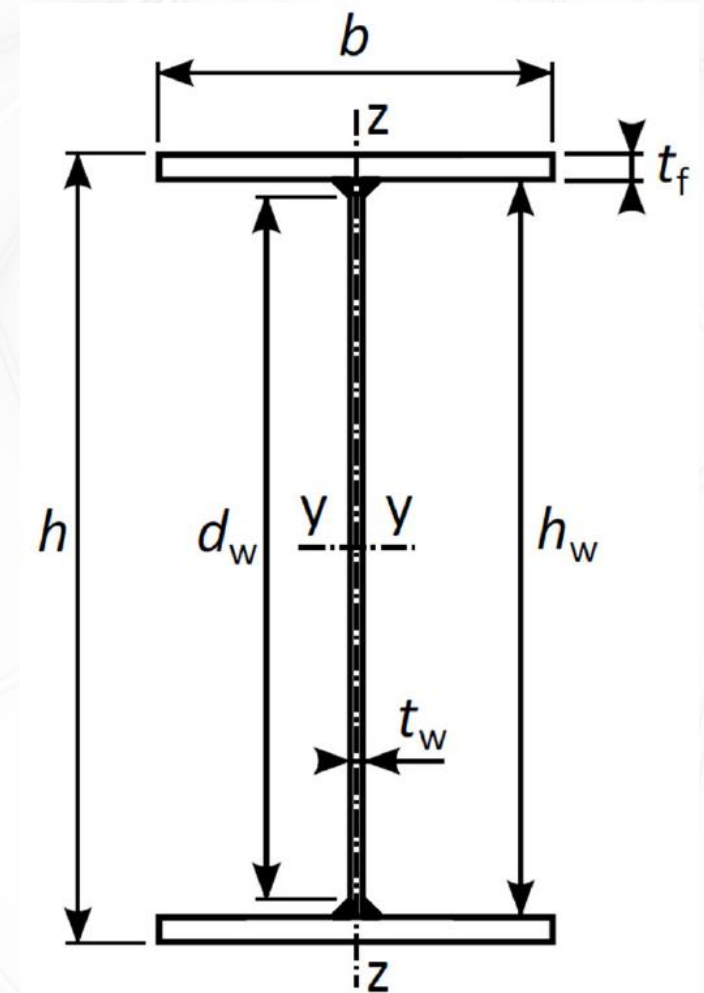
❑ Définition du gabarit (b et h) approchée :

- Ratio hauteur / portée usuels

$$h \approx \frac{L}{10} \text{ à } \frac{L}{18}$$

- Ratio largeur / distance des points de maintiens (longueur critique de déversement)

$$b \approx \frac{L_{cr,d}}{10} \text{ à } \frac{L_{cr,d}}{15}$$



❑ Définition approchée des semelles

- Ratio épaisseur / largeur :

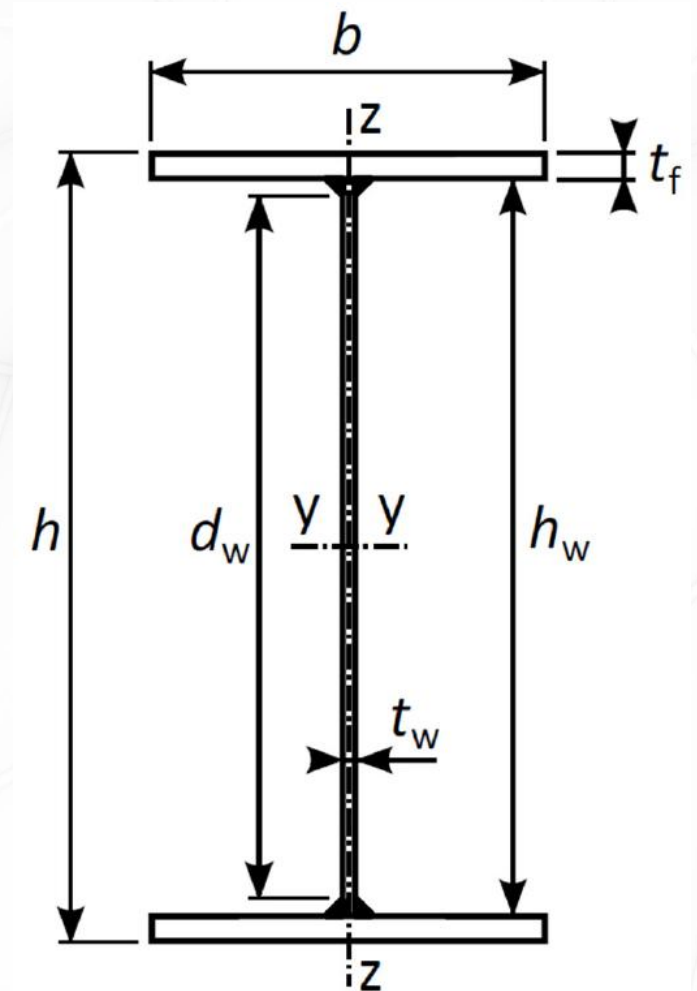
$$t_f \approx \frac{b}{10} \text{ à } \frac{b}{20}$$

- Condition de résistance (avec déversement) :

$$W_y \approx b t_f h \rightarrow W_y \geq \frac{M}{\sigma_{adm}}$$

- Condition de déformation :

$$I \approx 0,5 b t_f h^2 \rightarrow y_{max} \leq y_{adm}$$



Avec maintiens réguliers :

$$\sigma_{adm} \approx 200 \text{ MPa}$$

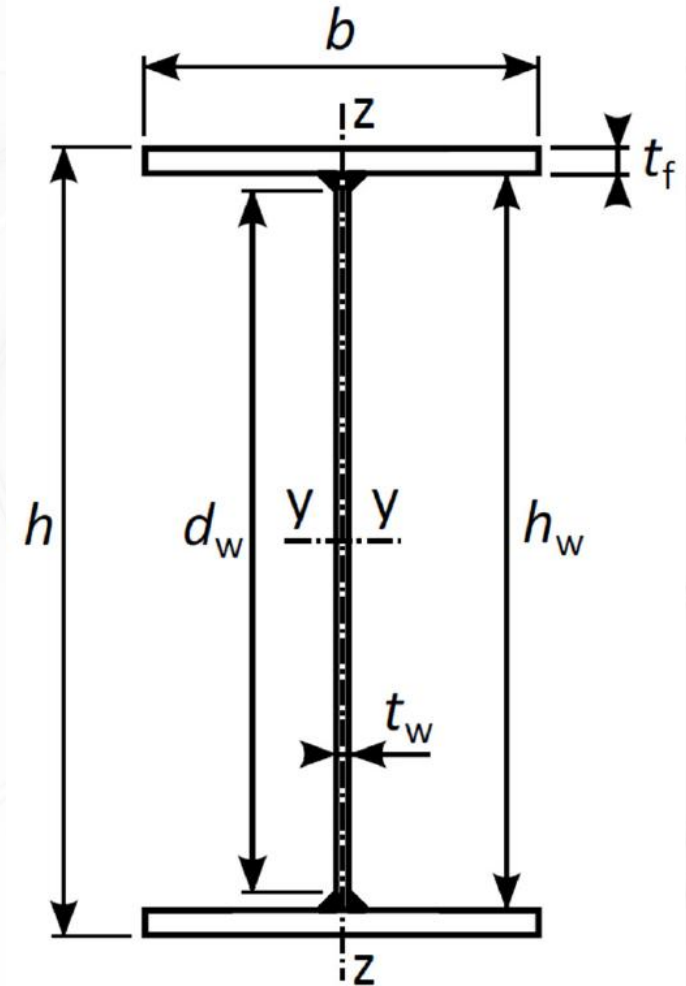
□ Définition approchée de l'âme

- Ratio épaisseur / hauteur de l'âme

$$t_w \geq \frac{8}{1000} h_w$$

- Ratio épaisseur des semelles / épaisseur de l'âme

$$t_w \geq \frac{t_f}{3} \text{ à } \frac{t_f}{4}$$



Les justifications concernant les âmes ne sont généralement conduites qu'au stade de la vérification détaillée.