

# CHAPITRE N°04 :

# LES POTEAUX METALLIQUES

- Enseignant : Cédric LOINTHIER – Promotion 2015
- Contact : [cedric.lointhier@ingemetal.fr](mailto:cedric.lointhier@ingemetal.fr)

- ❑ Objectifs d'apprentissage
- ❑ Hypothèses et conditions de vérifications
- ❑ Définition et longueur de flambement
- ❑ Elancement des barres comprimées
- ❑ Flambement théorique - Flambement barres réelles
- ❑ Principe de dimensionnement
- ❑ Exemple IPE200 S235

## OBJECTIFS D'APPRENTISSAGE

---

Être capable de :

- De vérifier un poteau en compression simple à l'Eurocode 3 **sans** prise en compte du flambement
- De vérifier un poteau en compression simple à l'Eurocode 3 **avec** prise en compte des phénomènes d'instabilités : le flambement

## RAPPELS - ELEMENTS STRUCTURAUX POTEAUX

- ❑ Les poteaux sont des éléments structuraux comprimés :



## HYPOTHESES ET NOTATIONS DE L'ETUDE

---

- ❑ Matériau acier avec **limite d'élasticité  $f_y$** .
- ❑ Barre rectiligne, de **longueur  $L$** , soumise à un **effort axial de compression  $N_{ed}$  constant**.
- ❑ Les sollicitations sont calculées en considérant que les forces sont **appliquées au centre de la barre de section brute constante  $A$** .
- ❑ Dans le cadre de construction métallique de bâtiment, utilisation des coefficients partiels de sécurité suivants :  **$\gamma_{M0} = 1$  et  $\gamma_{M1} = 1$**

- Selon l'EN 1993-1-1 §6.2.4, la valeur de calcul de l'effort de compression  $N_{ed}$  dans chaque section transversale doit satisfaire la condition suivante :

$$\frac{N_{ed}}{N_{c,Rd}} \leq 1,0$$

- Il convient de déterminer la valeur de calcul de  $N_{c,Rd}$  de la résistance de la section transversale à la compression uniforme de la façon suivante :

$$N_{c,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

Pour les sections transversales de classe 1, 2 ou 3

$$N_{c,Rd} = \frac{A_{eff} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

Pour les sections transversales de classe 4

- ❑ Selon l'EN 1993-1-1 §6.3.1.1, il convient de vérifier une barre comprimée vis-à-vis du flambement de la façon suivante :

$$\frac{N_{ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1,0$$

Où  $N_{b,Rd}$  est la résistance de calcul de la barre comprimée au flambement

- ❑ Il convient de prendre la résistance de calcul d'une barre comprimée au flambement égale à :

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

Pour les sections transversales de classe 1, 2 ou 3

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A_{eff} \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

Pour les sections transversales de classe 4

$\chi$  est le coefficient de réduction pour le mode de flambement approprié

# DEFINITION DU FLAMBEMENT - INSTABILITE

L'instabilité se produit dans tous les systèmes ou éléments soumis à des contraintes de compression.

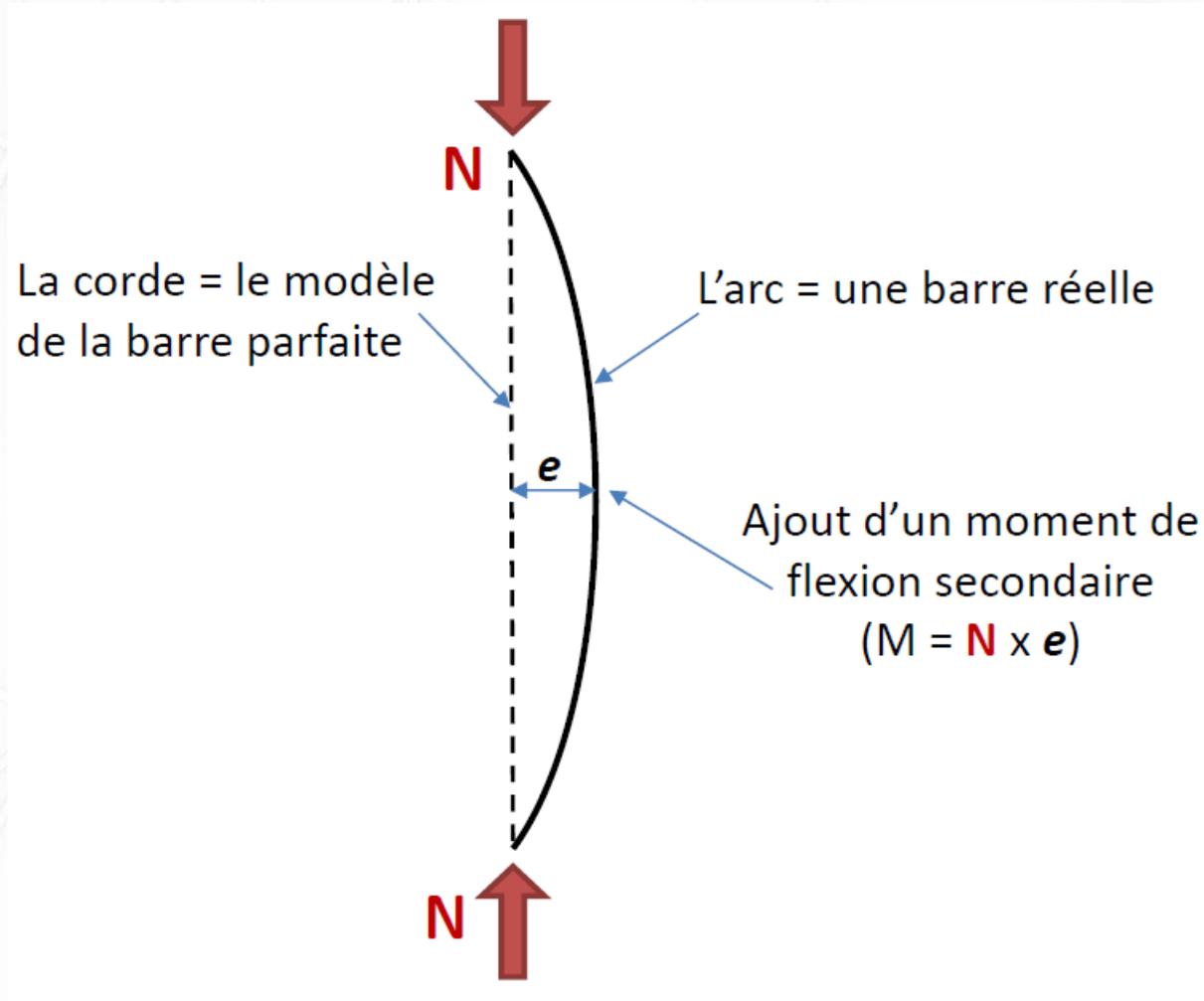
L'élément soumis à un effort normal de compression prend «soudainement » une flèche perpendiculaire à l'axe de compression (passage d'un état de compression à un état de flexion).

L'intensité de l'effort dépend des conditions de liaison (maintien en rotation et en déplacement) à l'origine et à l'extrémité de l'élément (cf. dispositif expérimental ci-contre)



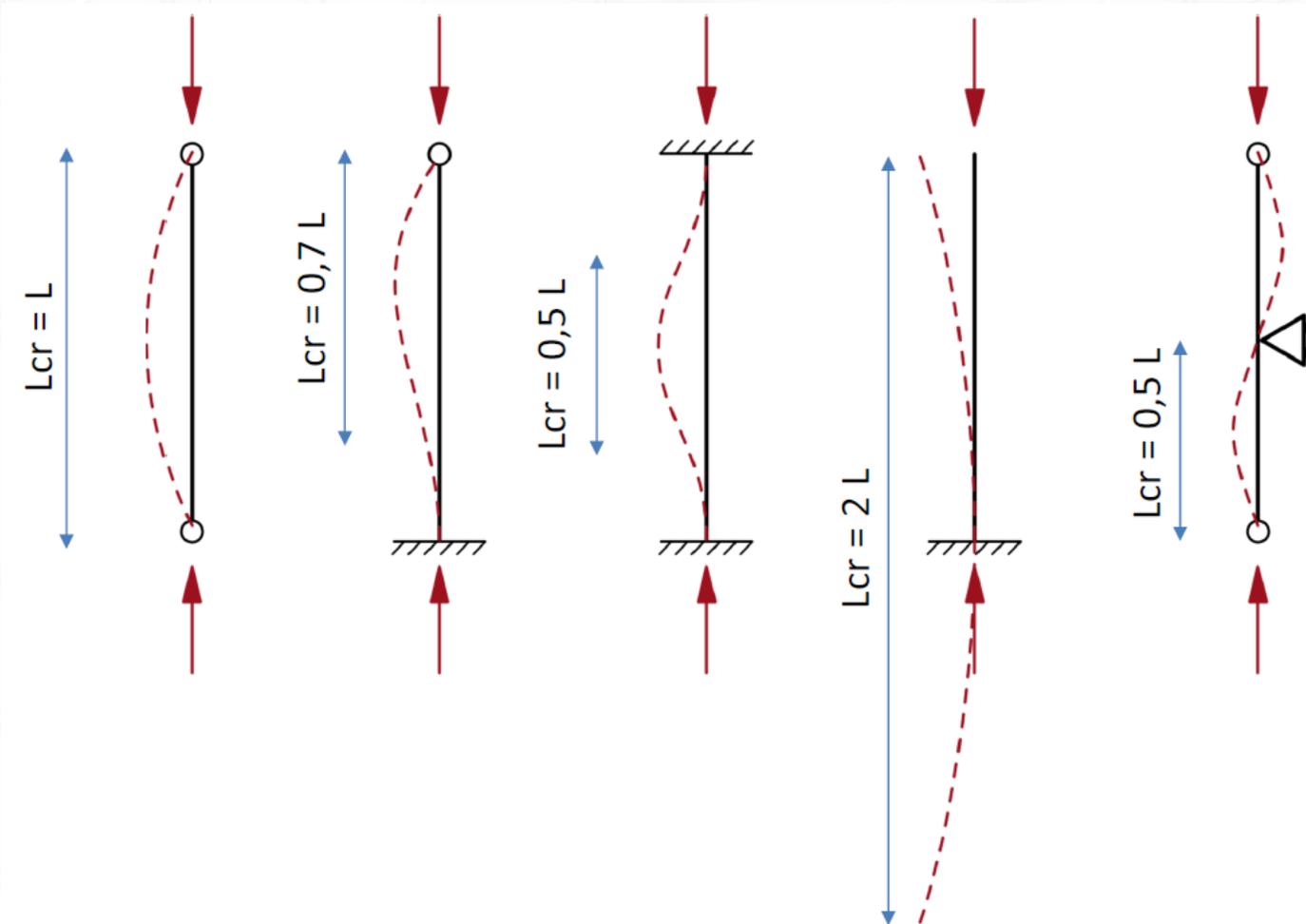
# DEFINITION DU FLAMBEMENT - INSTABILITE

□ Modèle théorique du flambement :



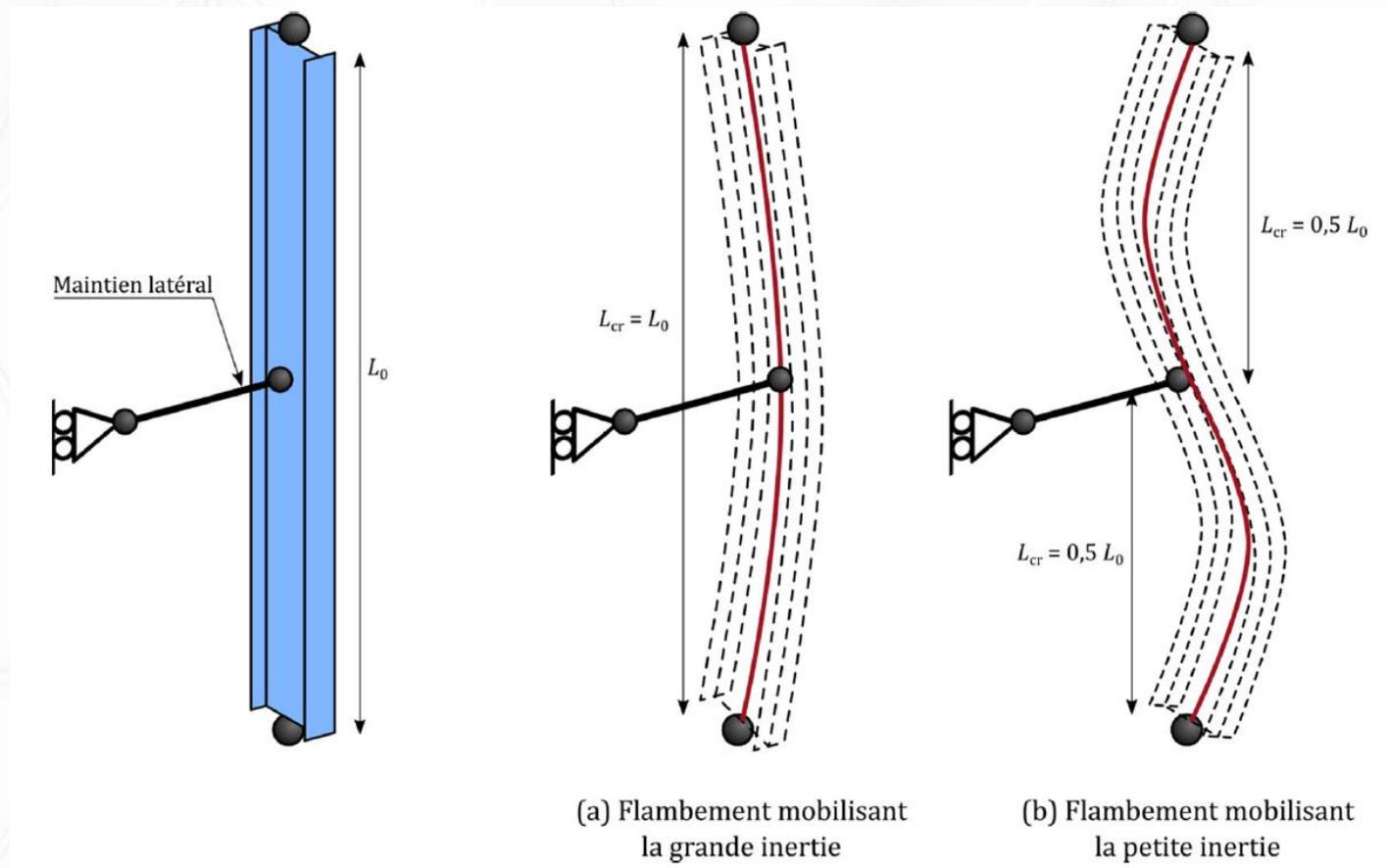
# LONGUEUR DU FLAMBEMENT

- La figure ci-dessous donne directement la **longueur de flambement d'une barre isolée soumise à un effort axial de compression constant**, pour différentes conditions d'appui, ainsi qu'une représentation du mode propre d'instabilité élastique :



# LONGUEUR DU FLAMBEMENT

□ Avec des **maintiens intermédiaires** dans une seule direction :

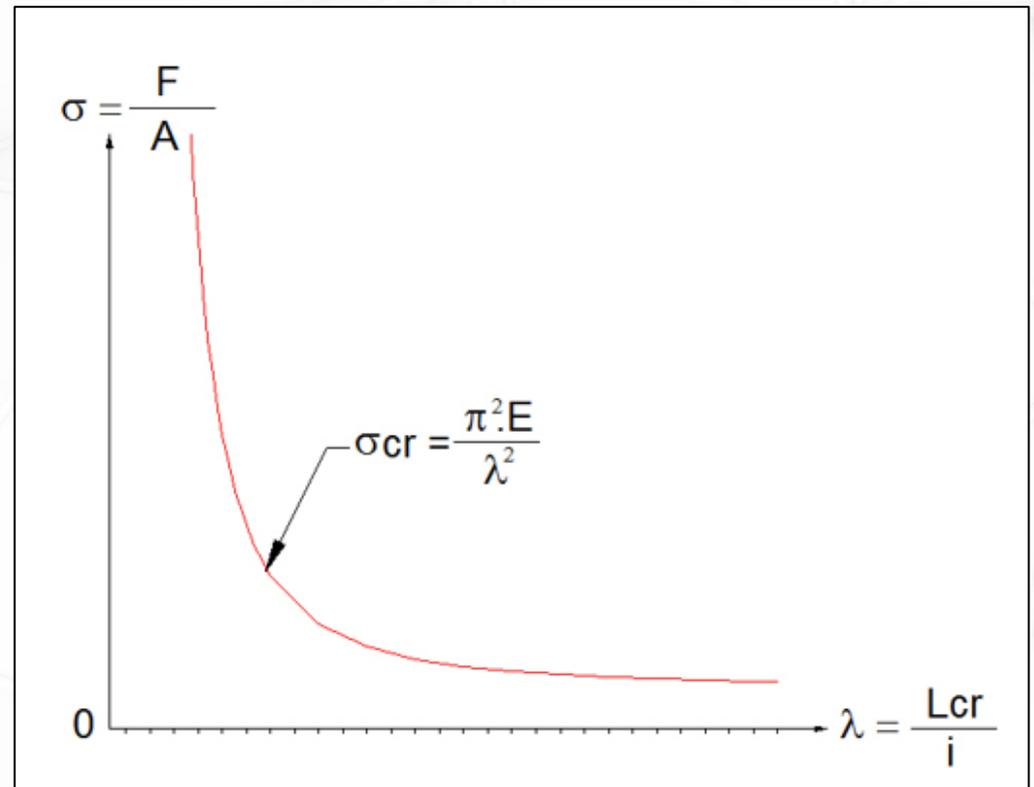


➔ On doit calculer les deux élancements pour savoir dans quel sens se produit le flambement

□ Contrainte critique de flambement avec :  $N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_{cr}^2}$

- Résistance de la section :  $\sigma = \frac{F}{A}$
- Contrainte critique :  $\sigma_{cr} = \frac{F_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{A \cdot L_{cr}^2}$
- Elancement :  $\lambda = \frac{L_{cr}}{i}$
- Rayon de giration :  $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{A \cdot L_{cr}^2} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{A \cdot (\lambda \cdot i)^2} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{A \cdot \frac{I}{A} \cdot \lambda^2} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$$



La contrainte critique  $\sigma_{cr}$  est inversement proportionnelle au carré de l'élancement géométrique  $\lambda$  de la barre :

Si pour  $\lambda$  donné :  $\sigma = \frac{F}{A} < \sigma_{cr} \rightarrow$  Pas de risque de flambement

# ELANCEMENT DES BARRES COMPRIMEES

- Plus l'élancement de la barre est grand, plus la section est sensible aux effets du flambement !

Elancement :  $\lambda = \frac{L_{cr}}{i}$

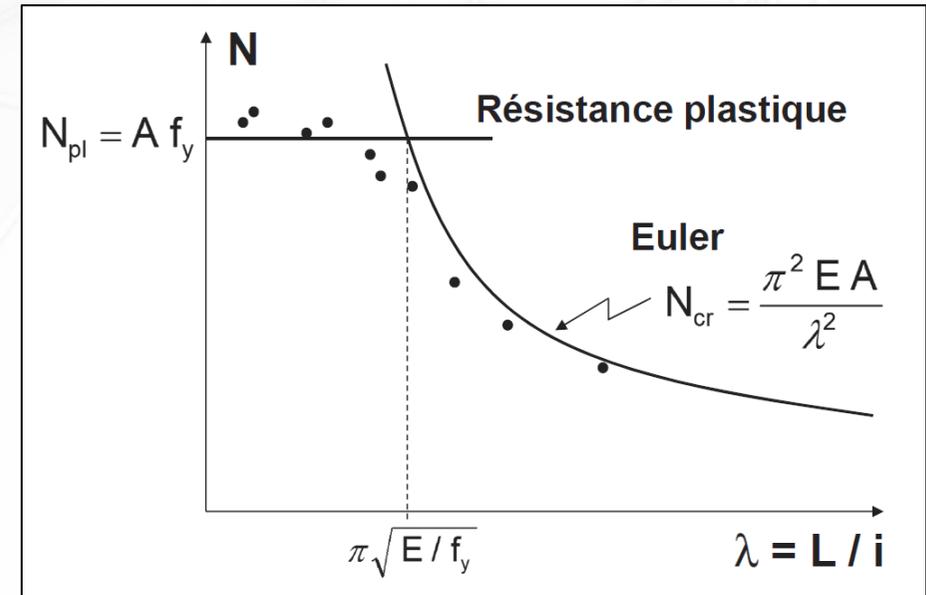
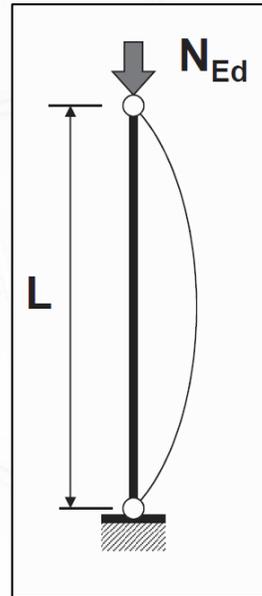
Elancement réduit :

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} \quad \text{Classe 1, 2 ou 3}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{93,9 \cdot \varepsilon}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff} \cdot f_y}{N_{cr}}} \quad \text{Classe 4}$$

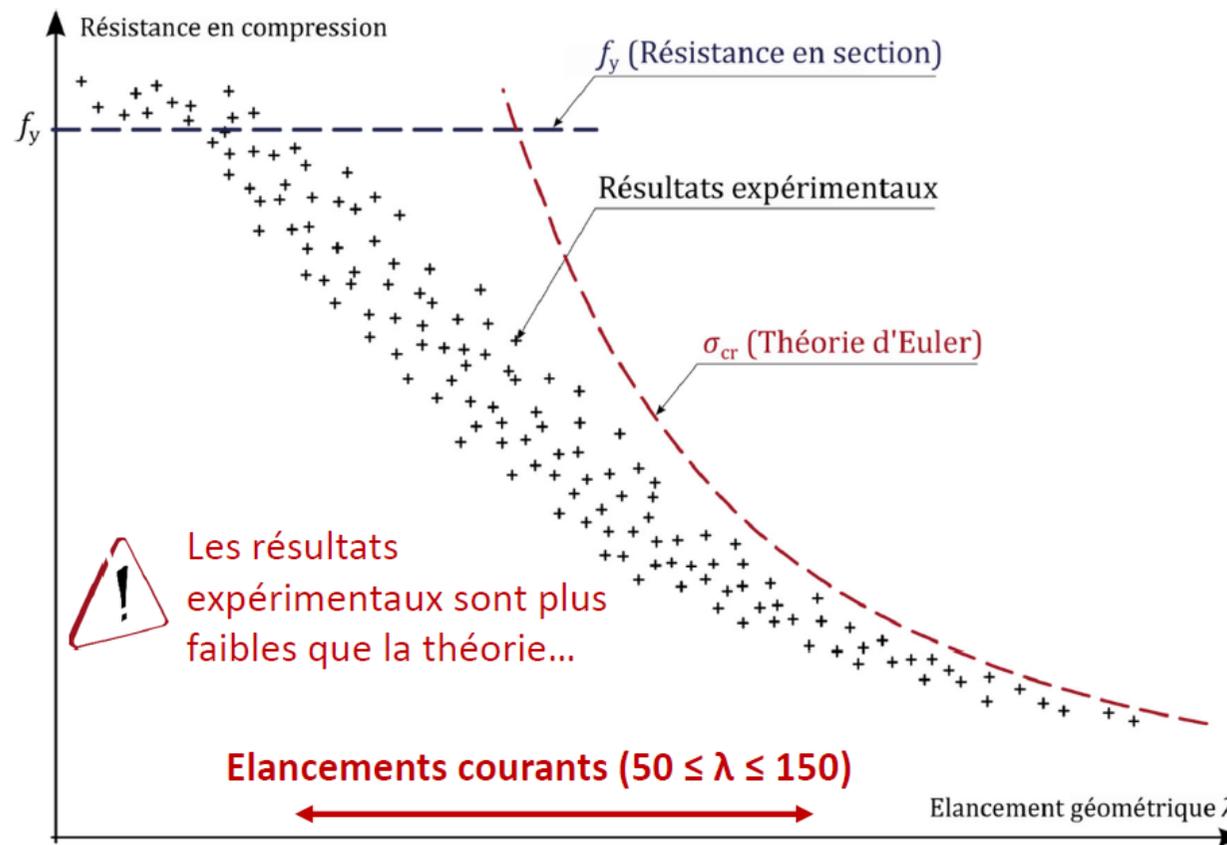
$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{93,9 \cdot \varepsilon} \sqrt{\frac{A_{eff}}{A}}$$



Si  $\bar{\lambda} \leq 0,2$  ou si  $\frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \leq 0,04$   $\Rightarrow$  PAS DE VERIFICATION DE RESISTANCE AU FLAMBEMENT

# FLAMBEMENT - BARRES REELLES

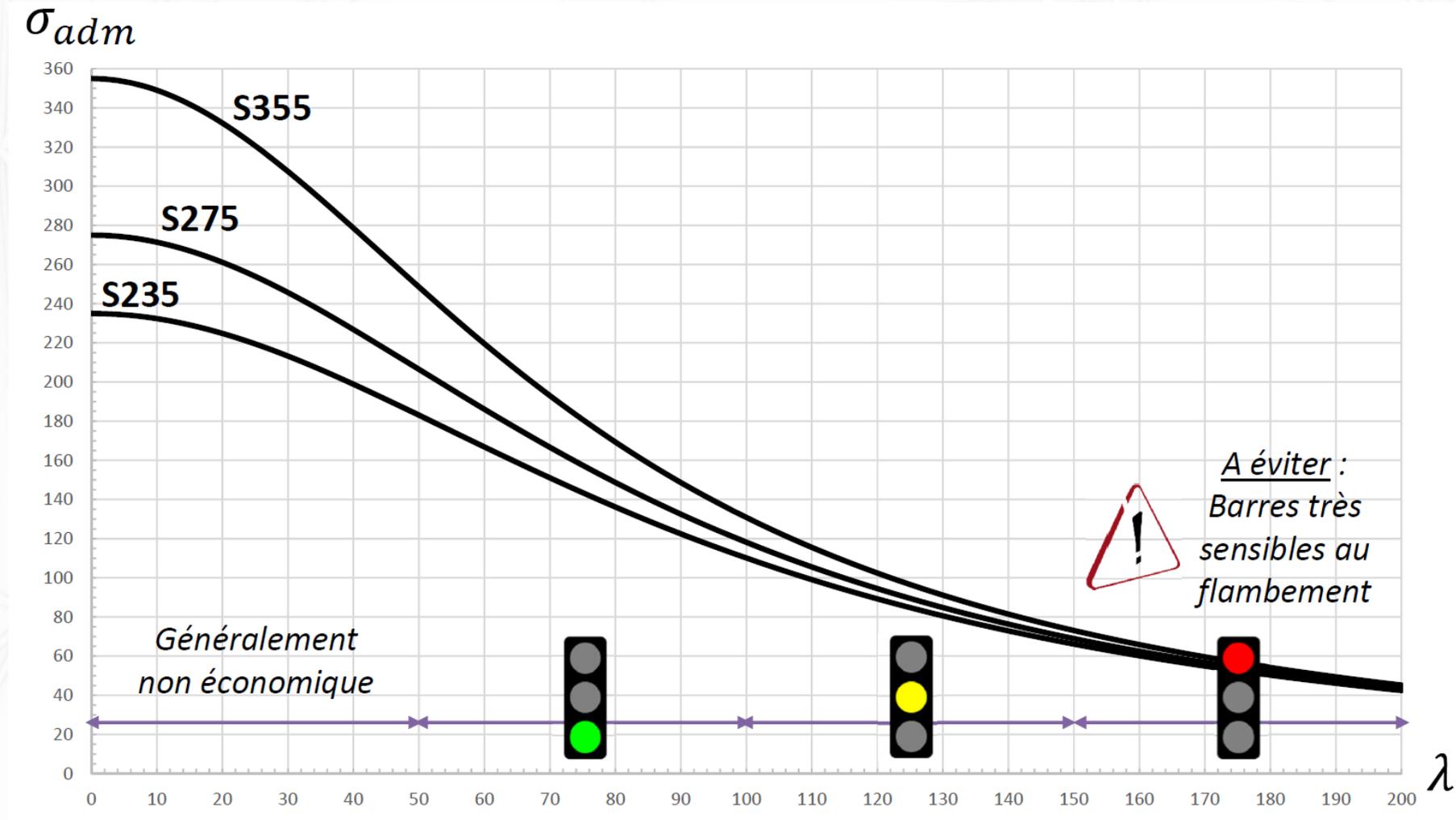
- ❑ Les **barres réelles** se distinguent des barres idéales :
  - ❑ Une résistance du matériau limitée
  - ❑ Des imperfections (géométriques, matériau, charges)



➔ Effet des imperfections des barres réelles

# FLAMBEMENT - BARRES REELLES

## □ Dispositions constructives :



□ Effet de la **limitation de la résistance** du matériau :

**Cas 1 :**  $\sigma_{cr} < f_y$

*Elancement  $\lambda$  élevé*

La barre périclite par flambement. Le flambement a lieu avant que la contrainte limite du matériau soit atteinte

**Cas 2 :**  $\sigma_{cr} > f_y$

*Elancement  $\lambda$  faible*

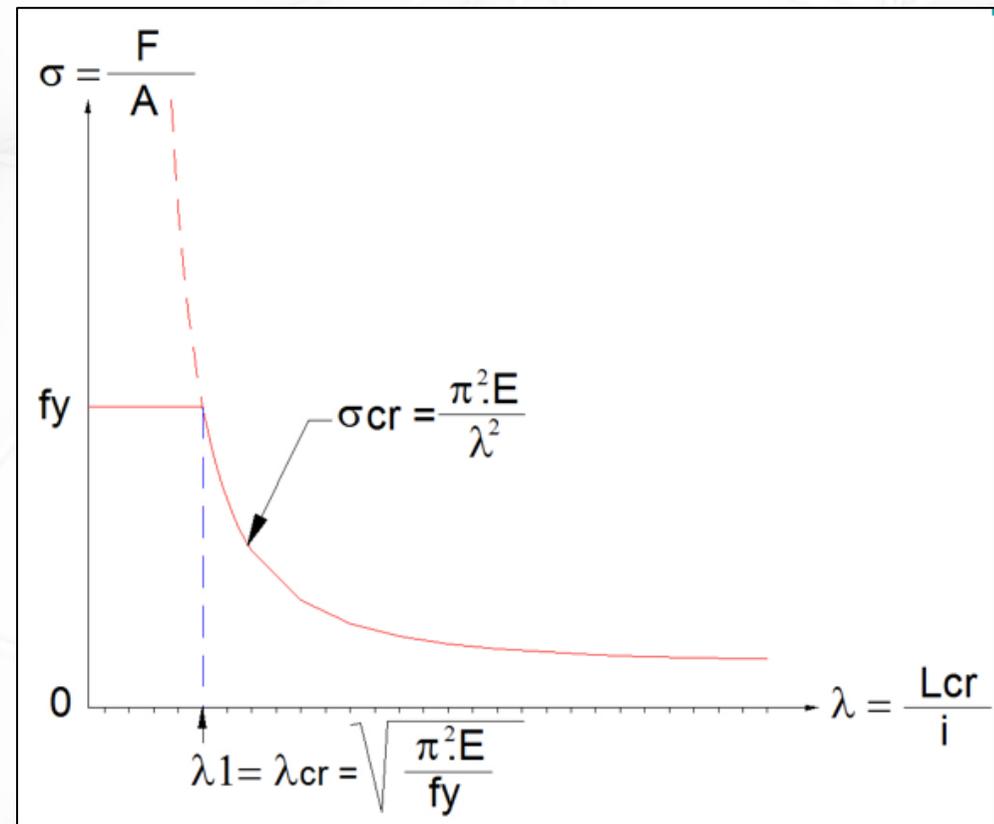
La barre périclite par épuisement de la résistance. La plastification de la section se produit alors que :

$$F < F_{cr} \text{ et } \sigma_{cr} > f_y$$

**Cas 3 :**  $\sigma_{cr} = f_y$

*Elancement critique  $\lambda_{cr}$*

Les 2 phénomènes se produisent en même temps

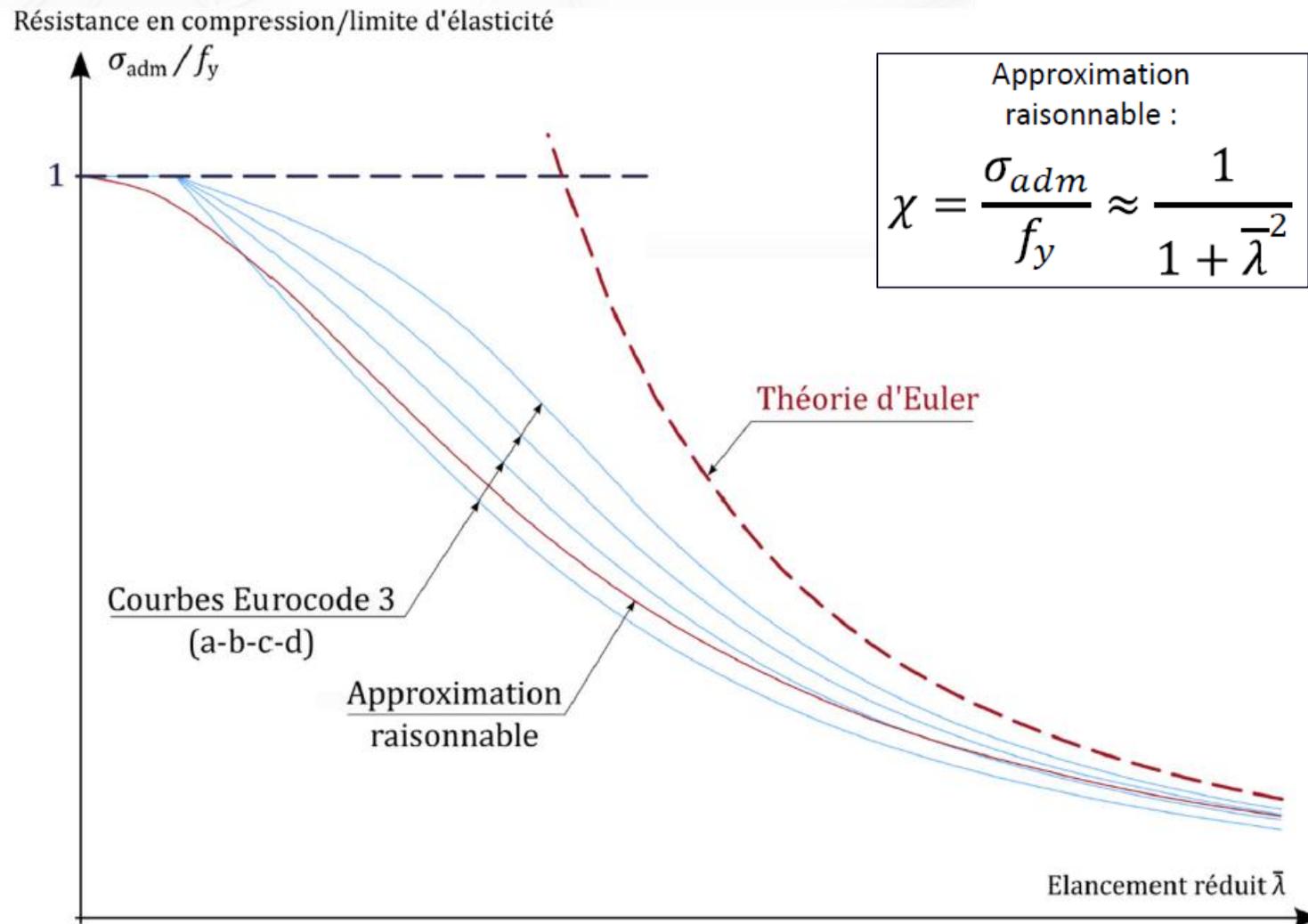


$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_{cr}^2} = f_y \Rightarrow \lambda_{cr} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{f_y}}$$

$\lambda_{cr}$  ne dépend que du matériau (E et  $f_y$ )

Nuance acier	S235	S275	S355	S420
$\lambda_1 = \lambda_{cr}$	93.9	86.8	76.4	70.2

## □ Effet des imperfections géométriques :



# FLAMBEMENT - BARRES REELLES

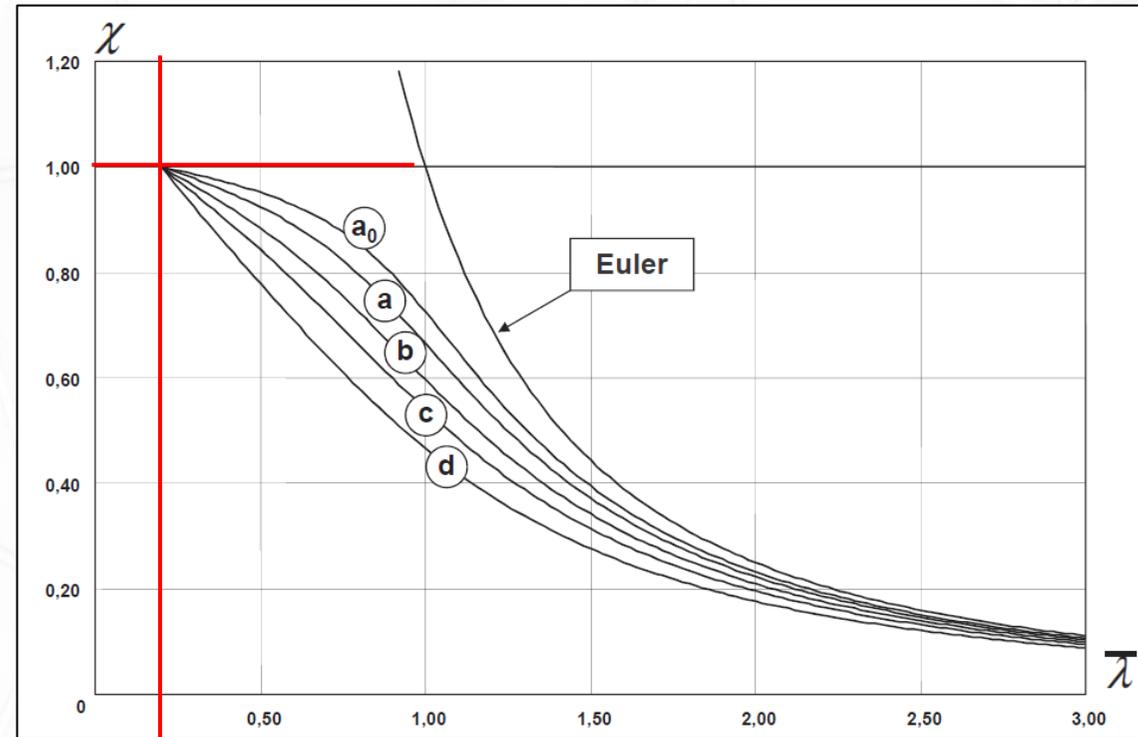
## ❑ Effet des imperfections géométriques :

❑ Les imperfections sont proportionnelles à l'élanement

❑  $\alpha$  est un facteur d'imperfection pour le flambement. Il est donné dans le tableau 6.1 de l'extrait de la norme qui retient 5 valeurs en fonction des caractéristiques du profilé. Cela permet de tracer les 5 courbes de flambement.

$$\Phi = \frac{1}{2} \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right]$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$



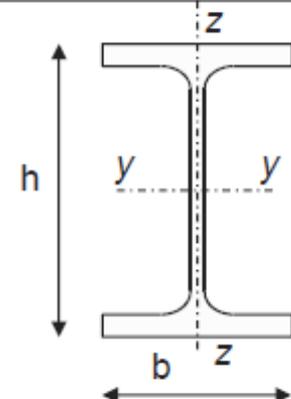
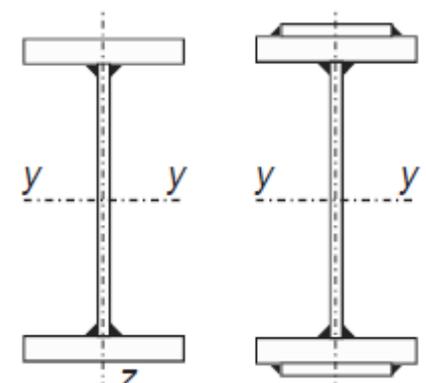
0,2

Facteur d'imperfection

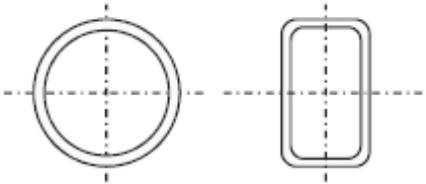
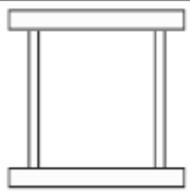
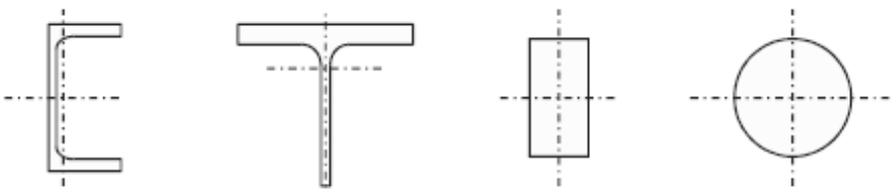
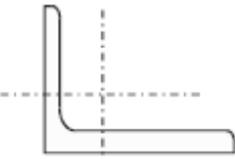
Courbe	a <sub>0</sub>	a	b	c	d
$\alpha$	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

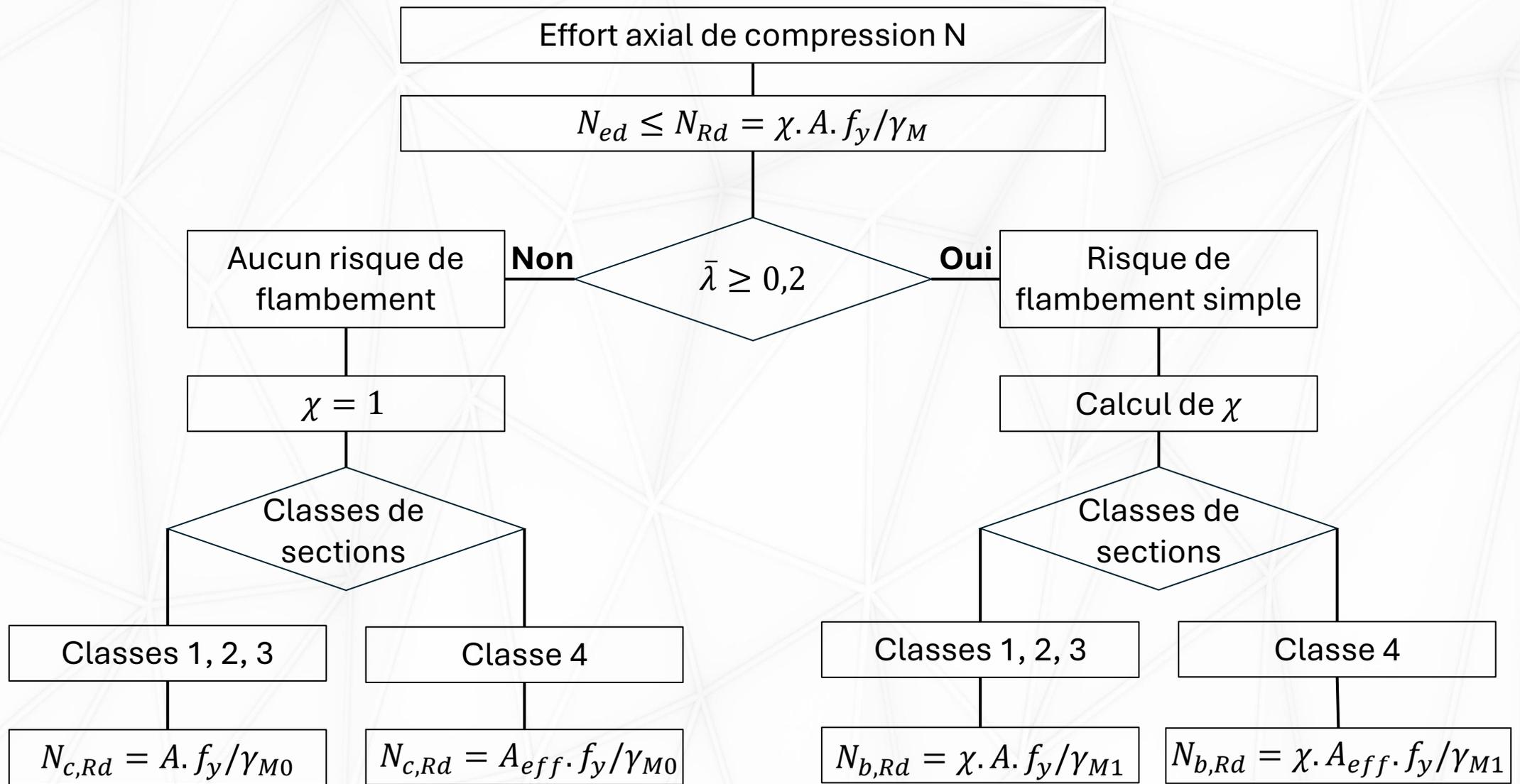
# FLAMBEMENT - BARRES REELLES

□ Effet des imperfections géométriques :

Tableau 6.2 : choix de la courbe de flambement				Flamb selon Axe	S235 S275 S355 S420	S460
Section transversale		Limites				
Sections en I laminées		$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y	a	$a_0$
			$40 < t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y	b	a
		$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y	b	a
			$t_f > 100 \text{ mm}$	y-y	d	c
Sections en I soudées		$t_f \leq 40 \text{ mm}$		y-y	b	b
		$t_f > 40 \text{ mm}$		y-y	c	c
				z-z	c	c
				z-z	d	d

□ Effet des imperfections géométriques :

Section transversale		Limites	Flamb selon Axe	S235 S275 S355 S420	S460
Sections creuses		Finies à chaud	Quel-conque	a	a <sub>0</sub>
		Formées à froid	Quel-conque	c	c
Caissons soudés		En général (sauf comme indiqué ci-dessous)	Quel-conque	b	b
		Soudures épaisses : $a > t_f/2$ $b/t_f < 30$ - $h/t_w < 30$	Quel-conque	c	c
U, T et sections pleines			Quel-conque	c	c
Cornières			Quel-conque	b	b



## EXEMPLE - IPE 200 S235 SIMPLEMENT COMPRIME

□ Enoncé de l'exemple :



Nota : *Prédimensionnement*

$$i_{min} = \frac{L_{cr}}{150}$$

## EXEMPLE - IPE 200 S235 SIMPLEMENT COMPRIME

□ Pour l'inertie **axe y-y** du profil :

Hypothèses : barre bi-articulée

$$f_y = 235 \text{ MPa} \quad N_{ed} = 100 \text{ kN}$$
$$E = 210\,000 \text{ MPa} \quad L_{barre} = L_{cr} = 6 \text{ m}$$

Propriétés de la section : classe 1

$$A = 28,48 \text{ cm}^2 \quad I_y = 1\,943 \text{ cm}^4$$
$$i_y = 8,26 \text{ cm} \quad I_z = 142,4 \text{ cm}^4$$

Elancement :

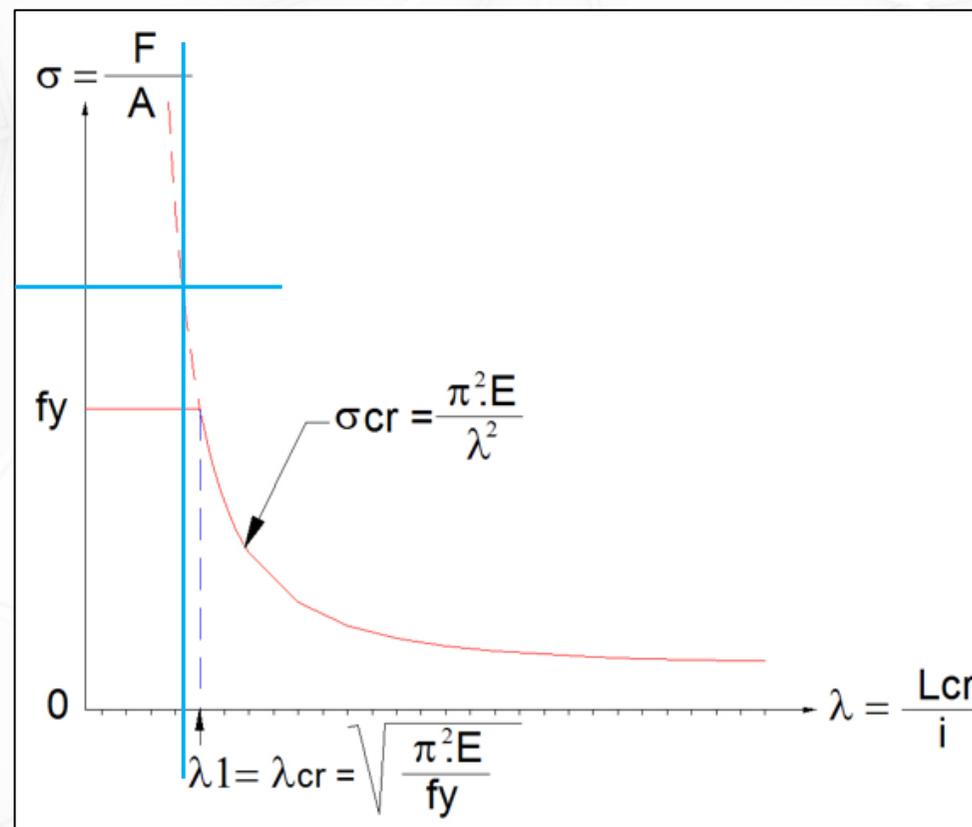
$$\lambda_y = \frac{L_{cr}}{i_y} = \frac{6000}{82,6} = 72,64 < \lambda_{cr} \quad \text{Elancement faible}$$

Contrainte critique :

$$\sigma_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210\,000}{72,64^2} = 393 \text{ MPa} > f_y = 235 \text{ MPa}$$

La barre dite « théorique » périt par épuisement de la résistance.  
La contrainte limite du matériau est atteinte avant que le flambement puisse avoir lieu.

*Vigilance : Sans compter les imperfections géométriques ! > Voir la suite*



Nuance acier	S235	S275	S355	S420
$\lambda_1 = \lambda_{cr}$	93.9	86.8	76.4	70.2

# EXEMPLE - IPE 200 S235 SIMPLEMENT COMPRIME

□ Pour l'inertie **axe y-y** du profil :

Hypothèses : *barre bi-articulée*

$$f_y = 235 \text{ MPa} \quad N_{ed} = 100 \text{ kN}$$

$$E = 210\,000 \text{ MPa} \quad L_{barre} = L_{cr} = 6 \text{ m}$$

Propriétés de la section : *classe 1*

$$A = 28,48 \text{ cm}^2 \quad I_y = 1\,943 \text{ cm}^4$$

$$i_y = 8,26 \text{ cm} \quad I_z = 142,4 \text{ cm}^4$$

Elancement :

$$\lambda_y = \frac{L_{cr}}{i_y} = \frac{6000}{82,6} = 72,64 < \lambda_{cr} \quad \text{Elancement faible}$$

Elancement réduit :

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{L_{cr}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210\,000 \cdot 1\,943 \cdot 10^4}{6000^2} = 1\,118\,637 \text{ N}$$

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{28,48 \cdot 10^2 \cdot 235}{1\,118\,637}} = 0,77 \geq 0,2$$

Sensible aux effets du flambement !

*Ici à cause des imperfections géométriques !*

Facteur d'imperfection : *section en I laminée*

$$h_{profil} = 200 \text{ mm} \quad b_{profil} = 100 \text{ mm}$$

$$\frac{h_{profil}}{b_{profil}} = 2 > 1,2 \quad t_{f,profil} = 8,5 \text{ mm} < 40 \text{ mm}$$

Tableau 6.2 : choix de la courbe de flambement		Flamb selon Axe	S235	S275	S355	S420	S460
Section transversale			Limites				
Sections en I laminées		h/b > 1,2	t_f ≤ 40 mm	y-y	a	a_0	a_0
			40 < t_f ≤ 100 mm	y-y	b	a	a
		h/b ≤ 1,2	t_f ≤ 100 mm	y-y	b	a	a
			t_f > 100 mm	y-y	d	c	c
Sections en I soudées		t_f ≤ 40 mm		y-y	b	b	b
		t_f > 40 mm		y-y	c	c	c

Pour le sens y-y : courbe de flambement a soit  $\alpha = 0,21$

## EXEMPLE - IPE 200 S235 SIMPLEMENT COMPRIME

□ Coefficient de réduction de la résistance de la barre comprimée pour l'inertie **axe y-y** du profil :

$$\bar{\lambda}_y = \frac{A \cdot f_y}{N_{cr,y}} = \sqrt{\frac{28,48 \cdot 10^2 \cdot 235}{1118637}} = 0,77 \geq 0,2$$

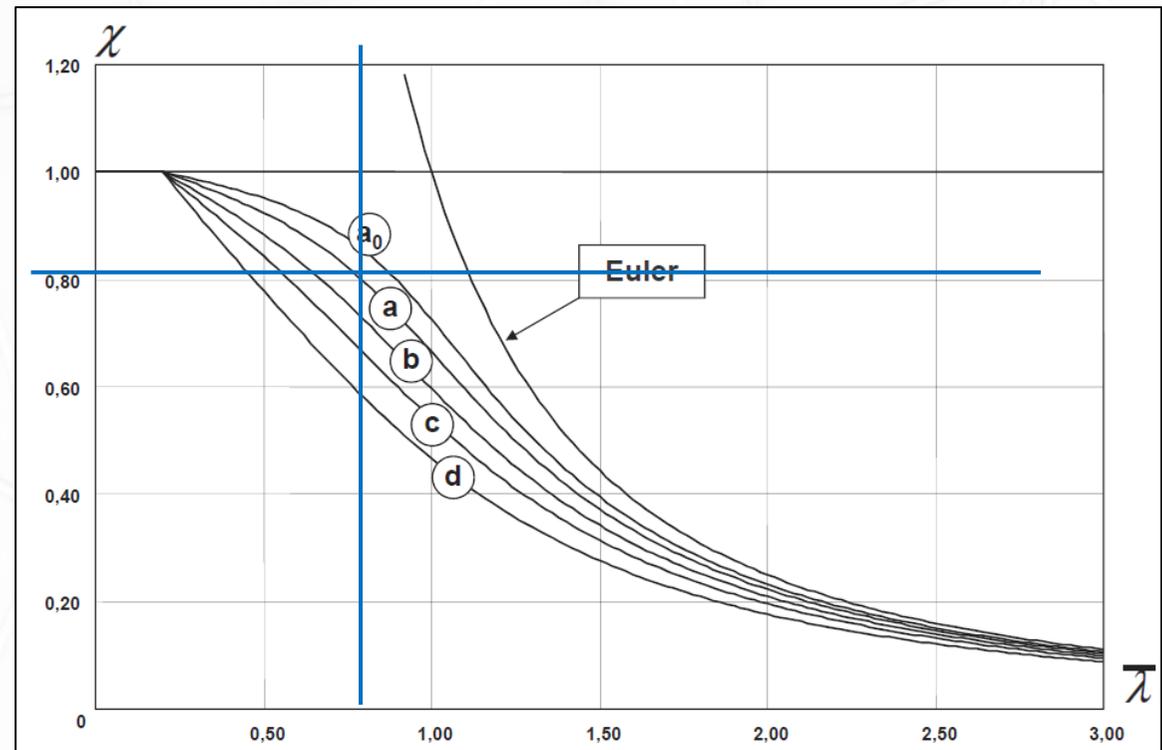
courbe de flambement a soit  $\alpha = 0,21$

$$\begin{aligned}\phi_y &= \frac{1}{2} [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] \\ &= \frac{1}{2} [1 + 0,21 \cdot (0,77 - 0,2) + 0,77^2] = 0,86\end{aligned}$$

$$\chi_y = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{0,86 + \sqrt{0,86^2 - 0,77^2}} = \mathbf{0,81}$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,81 \cdot 2848 \cdot 235 \cdot 10^{-3}}{1} = 542,44 \text{ kN} \geq N_{ed} = 100 \text{ kN}$$

Vérifié!



# EXEMPLE - IPE 200 S235 SIMPLEMENT COMPRIME

□ Pour l'inertie **axe z-z** du profil :

Hypothèses : *barre bi-articulée*

$$f_y = 235 \text{ MPa} \quad N_{ed} = 100 \text{ kN}$$

$$E = 210\,000 \text{ MPa} \quad L_{barre} = L_{cr} = 6 \text{ m}$$

Propriétés de la section : *classe 1*

$$A = 28,48 \text{ cm}^2 \quad I_y = 1\,943 \text{ cm}^4$$

$$i_z = 2,24 \text{ cm} \quad I_z = 142,4 \text{ cm}^4$$

Elancement :

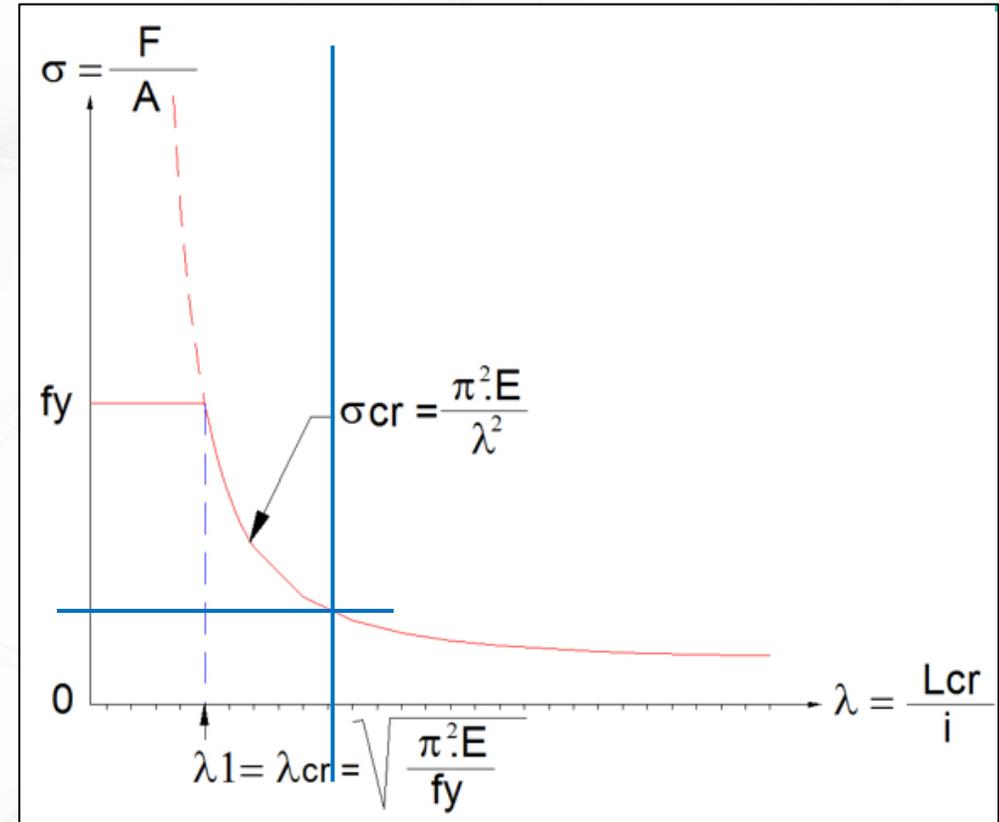
$$\lambda_z = \frac{L_{cr}}{i_z} = \frac{6000}{22,4} = 268,33 > \lambda_{cr} \quad \text{Elancement élevé}$$

Contrainte critique :

$$\sigma_{cr,z} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210\,000}{268,33^2} = 29 \text{ MPa} < f_y = 235 \text{ MPa}$$

La barre périt par flambement.

Le flambement a lieu avant que la contrainte limite du matériau soit atteinte.



Nuance acier	S235	S275	S355	S420
$\lambda_1 = \lambda_{cr}$	93.9	86.8	76.4	70.2

# EXEMPLE - IPE 200 S235 SIMPLEMENT COMPRIME

□ Pour l'inertie **axe z-z** du profil :

Hypothèses : *barre bi-articulée*

$$f_y = 235 \text{ MPa} \quad N_{ed} = 100 \text{ kN}$$

$$E = 210\,000 \text{ MPa} \quad L_{barre} = L_{cr} = 6 \text{ m}$$

Propriétés de la section : *classe 1*

$$A = 28,48 \text{ cm}^2 \quad I_y = 1\,943 \text{ cm}^4$$

$$i_z = 2,24 \text{ cm} \quad I_z = 142,4 \text{ cm}^4$$

Elancement :

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{i_z} = \frac{6000}{2,24} = 268,33 > \lambda_{cr} \quad \text{Elancement élevé}$$

Elancement réduit :

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L_{cr}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210\,000 \cdot 142,4 \cdot 10^4}{6000^2} = 81\,984 \text{ N}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,z}}} = \sqrt{\frac{28,48 \cdot 10^2 \cdot 235}{81\,984}} = 2,86$$

Facteur d'imperfection : *section en I laminée*

$$h_{profil} = 200 \text{ mm} \quad b_{profil} = 100 \text{ mm}$$

$$\frac{h_{profil}}{b_{profil}} = 2 > 1,2 \quad t_{f,profil} = 8,5 \text{ mm} < 40 \text{ mm}$$

		Flamb selon Axe	S235 S275 S355 S420	S460	
Section transversale		Limites			
Sections en I laminées		$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y : a	a <sub>0</sub>
			$40 < t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y : b	a
		$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y : b	a
			$t_f > 100 \text{ mm}$	y-y : d	c
Sections en I soudées		$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y : b	b	
			z-z : c	c	
		$t_f > 40 \text{ mm}$	y-y : c	c	
			z-z : d	d	

Pour le sens z-z : courbe de flambement b soit  $\alpha = 0,34$

## EXEMPLE - IPE 200 S235 SIMPLEMENT COMPRIME

- Coefficient de réduction de la résistance de la barre comprimée pour l'inertie **axe z-z** du profil :

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,z}}} = \sqrt{\frac{28,48 \cdot 10^2 \cdot 235}{81984}} = 2,86$$

courbe de flambement b soit  $\alpha = 0,34$

$$\begin{aligned}\phi_z &= \frac{1}{2} [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] \\ &= \frac{1}{2} [1 + 0,34 \cdot (2,86 - 0,2) + 2,86^2] = 5,042\end{aligned}$$

$$\chi_z = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{5,042 + \sqrt{5,042^2 - 2,86^2}} = \mathbf{0,11}$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,11 \cdot 2848 \cdot 235 \cdot 10^{-3}}{1} = 72,93 \text{ kN} \leq N_{ed} = 100 \text{ kN}$$

*Non vérifié!*

